



# Program Uczenie się przez całe życie

## Projekt SKILLS



# NOŚNOŚĆ ELEMENTÓW Z UWZGLĘDNIENIEM STATECZNOŚCI



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

## CELE MODUŁU SZKOLENIOWEGO

- Poznanie metodologii sprawdzania elementów konstrukcyjnych ze względu na niestateczność (wyboczenie, zwichrzenie)
- Umiejętność zastosowania warunków nośności według PN-EN 1993-1-1 §6.3.3 z uwzględnieniem Załącznika B do normy PN-EN 1993-1-1

# ZAWARTOŚĆ

- **Wstęp**
- **Elementy ściskane o stałym przekroju**
- **Elementy zginane o stałym przekroju**
  - ✓ Przypadek ogólny
  - ✓ Przypadek kształtowników walcowanych i ich spawanych odpowiedników
  - ✓ Moment krytyczny przy zwichrzeniu
- **Elementy zginane i ściskane o stałym przekroju**
  - ✓ Formuły interakcyjne
  - ✓ Współczynniki interakcji według Załącznika B do PN-EN 1993-1-1
- **Przykład**
- **Podsumowanie**

# WSTĘP



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

- Sprawdzenie elementu a niestateczność w PN-EN 1993-1-1
  - ✓ Analiza globalna z uwzględnieniem odpowiednich **imperfekcji lokalnych** i **efektów drugiego rzędu**
    - Sprawdzenie **przekroju** najbardziej obciążonego
  - ✓ Analiza **BEZ** całkowitego uwzględnienia pewnych **imperfekcji geometrycznych** i ewentualnych **efektów drugiego rzędu**
    - Sprawdzenie **elementu** z uwzględnieniem niestateczności

# WSTĘP

- Sprawdzenie elementu z uwzględnieniem niestateczności według §6.3 PN-EN 1993-1-1
  - ✓ §6.3.1 → Sprawdzenie elementów ściskanych o stałym przekroju
  - ✓ §6.3.2 → Sprawdzenie elementów zginanych o stałym przekroju
  - ✓ §6.3.3 → Sprawdzenie elementów zginanych i ściskanych o stałym przekroju
  - ✓ §6.3.4 → Ogólna metoda oceny stateczności elementów ze względu na wyboczenie z płaszczyzny układu i zwichrzenie (nie omawiana w niniejszym module szkoleniowym)
  - ✓ §6.3.5 → Zwichrzenie elementów z przegubami plastycznymi (nie omawiane w niniejszym module szkoleniowym)

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU



Program  
Uczenie się  
przez całe życie



# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

- Warunek nośności ze względu na wyboczenie

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1

- ✓  $N_{Ed}$  : jest wartością obliczeniowej siły ściskającej
- ✓  $N_{b,Rd}$  : jest nośnością na wyboczenie

|                          |   |
|--------------------------|---|
| Klasa przekroju 1, 2 i 3 | $N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$       |
| Klasa przekroju 4        | $N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}}$ |

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

## ➤ Krzywe wyboczenia

- ✓ Współczynnik redukcyjny  $\chi$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right)$$

- ✓ Smukłość względna  $\bar{\lambda}$

|                          |   |
|--------------------------|---|
| Klasa przekroju 1, 2 i 3 | $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}}$        |
| Klasa przekroju 4        | $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}}$ |

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

✓ Siła krytyczna przy wyboczeniu giętnym  $N_{cr}$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2}$$

- $I$  : Moment bezwładności
- $L_{cr}$  : Długość wyboczeniowa

} w rozpatrywanej  
płaszczyźnie  
wyboczenia

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

✓ Parametr imperfekcji  $\alpha$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2

Tablica 6.1

| Krzywa wyboczenia    | $a_0$ | a    | b    | c    | d    |
|----------------------|-------|------|------|------|------|
| Parametr imperfekcji | 0,13  | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

✓ Wybór krzywych wyboczenia

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2

Tablica 6.2

| Przekrój poprzeczny    | Ograniczenia             |   | Wyboczenie względem osi | Krzywa wyboczenia |       |
|------------------------|--------------------------|---|-------------------------|-------------------|-------|
|                        |                          |   |                         | Inne              | S 460 |
| Dwuteowniki walcowane  | $h/b > 1,2$              | $t_f \leq 40 \text{ mm}$                  | y - y                   | a                 | $a_0$ |
|                        |                          |   | z - z                   | b                 | $a_0$ |
|                        | $h/b \leq 1,2$           | $40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$ | y - y                   | b                 | a     |
|                        |                          |   | z - z                   | c                 | a     |
|                        |                          | $t_f \leq 100 \text{ mm}$                 | y - y                   | b                 | a     |
|                        |                          |   | z - z                   | c                 | a     |
| $t_f > 100 \text{ mm}$ | y - y                    | d   | c                       |                   |       |
|                        | z - z                    | d   | c                       |                   |       |
| Dwuteowniki spawane    | $t_f \leq 40 \text{ mm}$ | y - y                                     | b                       |                   |       |
|                        |                          | z - z                                     | c                       |                   |       |
|                        | $t_f > 40 \text{ mm}$    | y - y                                     | c                       |                   |       |
|                        |                          | z - z                                     | d                       |                   |       |

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

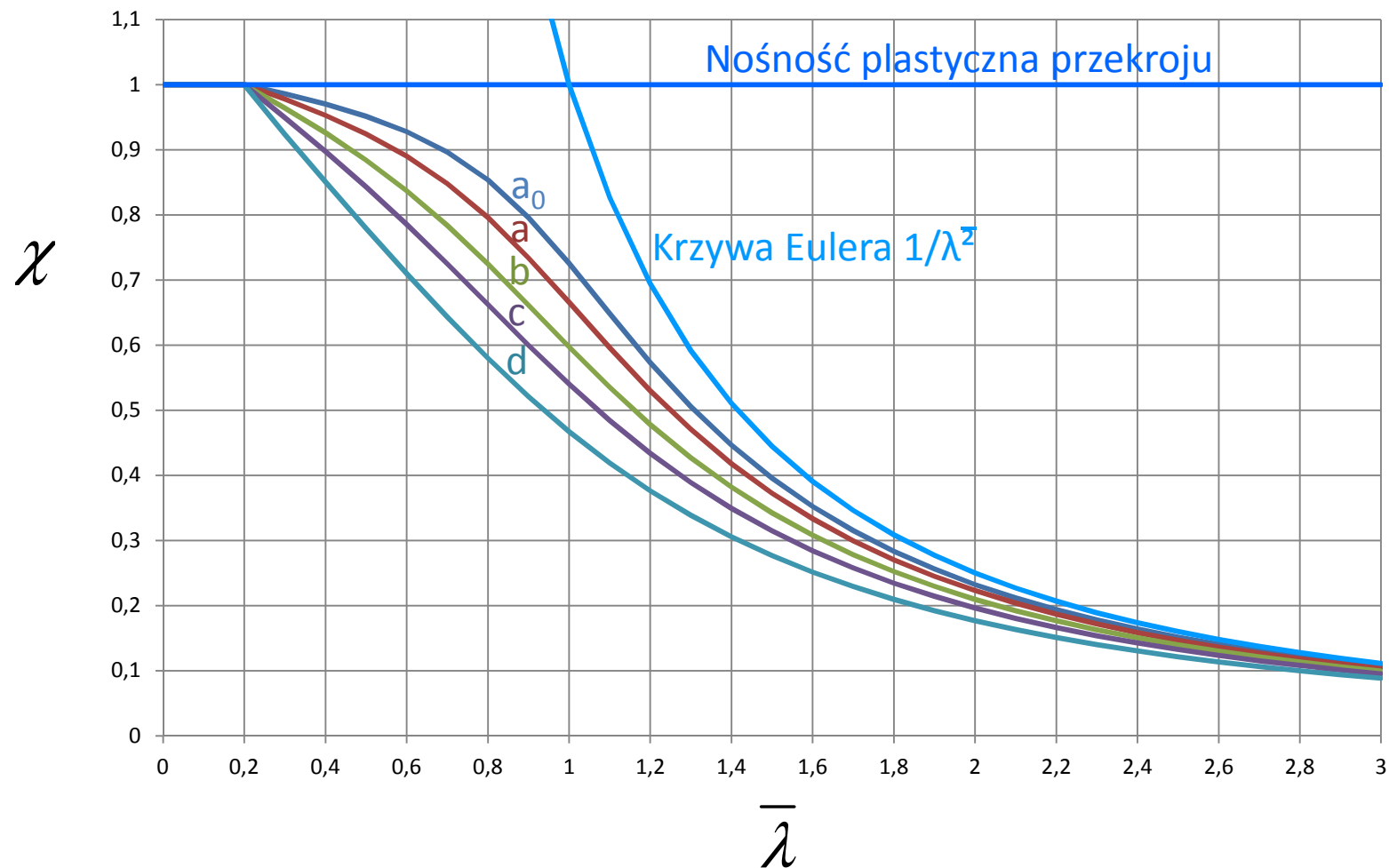
## ✓ Wybór krzywych wyboczenia

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2  
Tablica 6.2 c.d.

| Przekrój poprzeczny              | Ograniczenia   | Krzywa wyboczenia |                |
|----------------------------------|--|-------------------|----------------|
|                                  |  | Inne              | S 460          |
| Kształtowniki rurowe             | wykończone na gorąco                                   | a                 | a <sub>0</sub> |
|                                  | wykończone na zimno                                    | c                 |                |
| Elementy skrzynkowe spawane      | dowolne z wyjątkiem jak niżej                          | b                 |                |
|                                  | grube spoiny: $a > 0,5t_f$<br>$b/t_f < 30, h/t_w < 30$ | c                 |                |
| Ceowniki, teowniki i pręty pełne |  | c                 |                |
| Kątowniki                        |  | b                 |                |

# ELEMENTY ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

## ✓ Krzywe wyboczenia



# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU



Program  
Uczenie się  
przez całe życie



# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

- Warunek nośności ze względu na zwichrzenie

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2

- ✓  $M_{Ed}$  : jest wartością obliczeniowego momentu zginającego
- ✓  $M_{b,Rd}$  : jest nośnością na zwichrzenie

|                      |  |
|----------------------|--|
| Klasa przekroju 1, 2 | $M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$  |
| Klasa przekroju 3    | $M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{el,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$  |
| Klasa przekroju 4    | $M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{eff,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$ |

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

## KRZYWE ZWICHRZENIA - PRZYPADEK OGÓLNY



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

➤ Krzywe zwichrzenia – Przypadek ogólny

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad \text{PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.2}$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left( 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Klasa przekroju 1, 2</b> | $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}}$  |
| <b>Klasa przekroju 3</b>    | $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{el,y} f_y}{M_{cr}}}$  |
| <b>Klasa przekroju 4</b>    | $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{eff,y} f_y}{M_{cr}}}$ |

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

- ✓ Parametr imperfekcji  $\alpha_{LT}$

| Krzywa zwichrzenia                 | a    | b    | c    | d    |
|------------------------------------|------|------|------|------|
| Parametr imperfekcji $\alpha_{LT}$ | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

- ✓ Wybór krzywych zwichrzenia

| Przekrój poprzeczny   | Ograniczenia | Krzywa wyboczenia |
|-----------------------|--------------|-------------------|
| Dwuteowniki walcowane | $h/b \leq 2$ | a                 |
|                       | $h/b > 2$    | b                 |
| Dwuteowniki spawane   | $h/b \leq 2$ | c                 |
|                       | $h/b > 2$    | d                 |
| Inne przekroje        | -            | d                 |

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

## KRZYWE WYBOCZENIA DLA DWUTEOWNIKÓW WALCOWANYCH I ICH SPAWANYCH ODPOWIEDNIKÓW



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

➤ Krzywe zwichrzenia – Dwuteowniki walcowane oraz ich spawane odpowiedniki [PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.3](#)

✓ **Możliwość** użycia własnych krzywych wyboczeniowych

✓ Równoważne przekroje spawane:

▪ przekroje symetryczne względem środka

▪ stosunek bezwładności pótek w ich płaszczyźnie zawiera się między 0,8 i 1,25

▪ 
$$\frac{t_{f,max}}{t_w} \leq 3$$

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

## ➤ Metoda obliczeń

- ✓ Bazowy współczynnik zwichrzenia  $\chi_{LT}$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left( 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$

- ✓ Parametr modyfikacji  $\beta$

$$\beta = 0,75 \quad (\text{wartość minimalna})$$

PN-EN 1993-1-1/NA. 16

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

✓ Parametr graniczny  $\bar{\lambda}_{LT,0}$

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4 \quad (\text{wartość maksymalna}) \quad \text{PN-EN 1993-1-1/NA. 16}$$

✓ Wybór krzywych zwichrzenia [PN-EN 1993-1-1/ § 6.3.2.3 \(1\) Tab. 6.5](#)

| Przekrój poprzeczny   | Ograniczenia | Krzywa wyboczenia |
|-----------------------|--------------|-------------------|
| Dwuteowniki walcowane | $h/b \leq 2$ | b                 |
|                       | $h/b > 2$    | c                 |
| Dwuteowniki spawane   | $h/b \leq 2$ | c                 |
|                       | $h/b > 2$    | d                 |



# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

✓ Zmodyfikowany współczynnik zwichrzenia  $\chi_{LT,mod}$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \leq 1$$

- $f$ : stosowany jedynie, gdy:
  - elementy bez pośrednich stężeń w płaszczyźnie bocznej
  - obliczanie  $M_{cr}$  bez spaczenia

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU


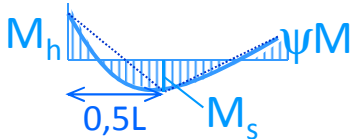
- ✓ Współczynnik poprawkowy uwzględniający rozkład momentu zginającego  $k_c$

$$k_c = (C_{mLT})^{1/2}$$

PN-EN 1993-1-1/NA. 17

$C_{mLT}$  – według Tablicy B.3

PN-EN 1993-1-1/Tablica B.3

| Wykres momentów  | Zakres                   |                       | $C_{mLT}$                              |
|--|--------------------------|-----------------------|--|
|                               | $-1 \leq \psi \leq 1$    |                       | $0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$               |
|  $\alpha_s = \frac{M_s}{M_h}$ | $0 \leq \alpha_s \leq 1$ | $-1 \leq \psi \leq 1$ | $0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$           |
|  | $-1 \leq \alpha_s < 0$   | $0 \leq \psi \leq 1$  | $0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$           |
|  |                          | $-1 \leq \psi < 0$    | $0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$ |

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

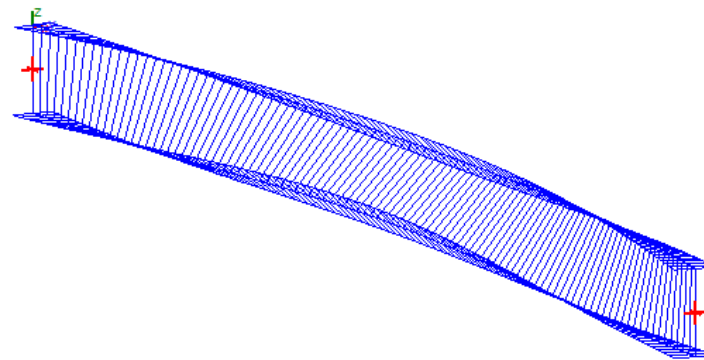
## MOMENT KRYTYCZNY PRZY ZWICHRZENIU SPRĘŻYSTYM



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

- Wyznaczenie momentu krytycznego przy zwichrzeniu  $M_{cr}$
- ✓ Za pomocą odpowiedniego oprogramowania komputerowego (np. *LTBeam* lub *LTBeamN*)



- ✓ Za pomocą metody z np. SN003a-PL-EU [1]

[1] SN003a-PL-EU Informacje uzupełniające: Sprężysty moment krytyczny przy zwichrzeniu, Access Steel, <http://www.piks.com.pl/>

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

- ✓ Zastosowanie metody z SN003a-PL-EU

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left\{ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

- $E, G$  : moduły sprężystości podłużnej i poprzecznej (stali)
- $I_z, I_w, I_t$  : moment bezwładności względem osi z-z, wycinkowy moment bezwładności, moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym
- $L$  : długość zwichrzeniowa (odległość między punktami bocznego podparcia)
- $C_1$  : współczynnik uwzględniający rozkład momentów zginających

# ELEMENTY ZGINANE O STAŁYM PRZEKROJU

- ✓ Zastosowanie metody z SN003a-PL-EU

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left\{ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

- $C_2$  : współczynnik uwzględniający efekt mimośrodowości obciążenia
- $z_g$  : odległość między punktem przyłożenia obciążenia i środkiem ścinania

# ELEMENTY ZGINANE I ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ELEMENTY ZGINANE I ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

## ➤ Formuły interakcyjne

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.3

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

- ✓  $k_{ij}$  : współczynniki interakcji, które można wyznaczać według Załącznika A lub Załącznika B PN-EN 1993-1-1.

Załącznik Krajowy zaleca metodę wg Załącznika B

- ✓ Dodatkowo przekroje na końcach elementów powinny spełniać warunki nośności przekroju



# ELEMENTY ZGINANE I ŚCISKANE O STAŁYM PRZEKROJU

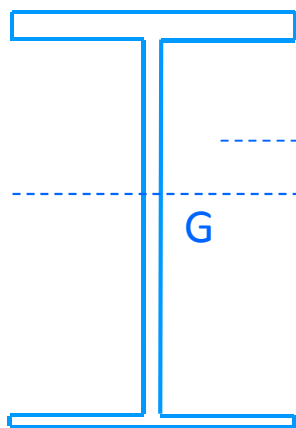
## ➤ Wzory interakcyjne

$\Delta M_{y,Ed}$  } Momenty spowodowane przesunięciem środka  
 $\Delta M_{y,Ed}$  } ciężkości przekroju 4 klasy

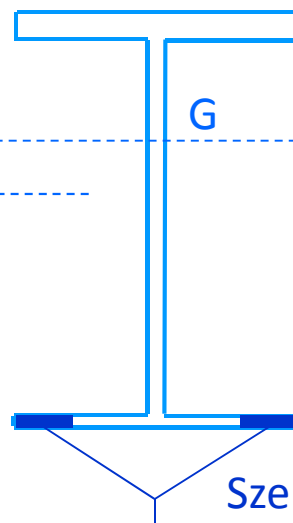
PN-EN 1993-1-1 § 6.3.3 (4)

i PN-EN 1993-1-5 § 4.3 (2)

Przekrój brutto



Przekrój efektywny



$$\Delta M_{y,Ed} = e_{N,y} N_{Ed}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

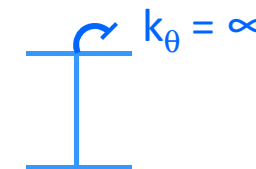
## ➤ Załącznik B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Rozróżnienie między elementami niewrażliwymi na deformacje skrętne i elementami wrażliwymi na deformacje skrętne
- ✓ Elementy niewrażliwe na deformacje skrętne:

- Elementy o przekrojach zamkniętych



- Elementy stężone przeciwskrętnie



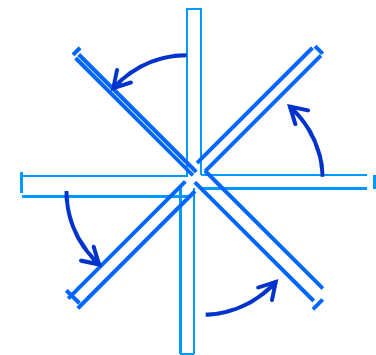
- ✓ Elementy wrażliwe na deformacje skrętne:

- Elementy o przekrojach otwartych



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Siła krytyczna przy wyboczeniu skrętnym nie powinna być niższa od obydwu sił krytycznych przy wyboczeniu giętnym
  - Wyboczenie skrętne nie powinno być miarodajne do wymiarowania
- ✓ Wyboczenie skrętne
  - Elementy podlegające ściskającej sile osiowej
  - Rodzaj niestateczności spowodowany odkształceniami skrętnymi



Odsyłacz krajowy N23): Można nie sprawdzać stateczności giętno-skrętnej (skrętnej) elementów z kształtowników walcowanych.

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Siła krytyczna przy wyboczeniu skrętnym

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_s} \left( \frac{\pi^2 E I_z a^2}{L_T^2} + \frac{\pi^2 E I_w}{L_T^2} + G I_t \right)$$

$$i_s = i_y^2 + i_z^2 + a^2$$

- $i_z, i_y$  : Promień bezwładności względem osi z-z i y-y
- $a$  : Odległość między środkiem ciężkości i środkiem obrotu (= 0 dla przekrojów bisymetrycznych niestężonych w płaszczyźnie bocznej)
- $L_T$  : Odległość między stężeniami przeciwnymi

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Załącznik B
  - ✓ Współczynniki interakcji  $k_{yy}$  i  $k_{yz}$

PN-EN 1993-1-1 Tablica B.1

| Założenia projektowe |  |  |
|----------------------|--|--|
|                      | Własności sprężyste/efektywne  | Własności plastyczne   |
| $k_{yy}$             | $C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ | $C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ |
| $k_{yz}$             | $k_{zz}$   | $0,6k_{zz}$  |

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

## ➤ Załącznik B

- ✓ Współczynnik interakcji  $k_{zy}$  dla elementów dwuteowych i rurowych prostokątnych niewrażliwych na deformacje skrętne

PN-EN 1993-1-1 Tablica B.1

| Założenia projektowe  |                               |                      |
|---|-------------------------------|----------------------|
|   | Własności sprężyste/efektywne | Własności plastyczne |
| $k_{zy}$  | $0,8k_{yy}$                   | $0,6k_{yy}$          |
| <i>W przypadku ściskania i jednokierunkowego zginania <math>M_{y,Ed}</math> dla przekrojów dwuteowych i rurowych prostokątnych można przyjmować <math>k_{zy} = 0</math></i> |                               |                      |

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

## ➤ Załącznik B

- ✓ Współczynnik interakcji  $k_{zy}$  dla elementów wrażliwych na deformacje skrętne

PN-EN 1993-1-1 Tablica B.2

| Założenia projektowe |  |   |
|----------------------|--|---|
|                      | Własności sprężyste/efektywne  | Własności plastyczne  |
| $k_{zy}$             | $\left[ 1 - \frac{0,05 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ | $\left[ 1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>dla <math>\bar{\lambda}_z &lt; 0,4</math>:</p> $0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$ |

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Załącznik B
  - ✓ Współczynnik interakcji  $k_{zz}$

PN-EN 1993-1-1 Tablica B.1


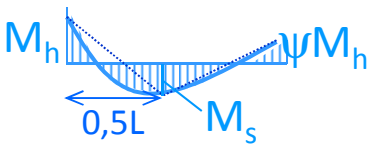
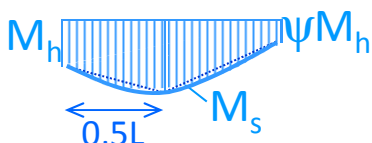
|          | Typy przekrojów              | Założenia projektowe   |   |
|----------|------------------------------|--|---|
|          |                              | Własności sprężyste/efektywne  | Własności plastyczne  |
| $k_{zz}$ | Przekroje dwuteowe           | $C_{mz} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Rk}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ | $C_{mz} \left( 1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Ed} / \gamma_{M1}} \right)$ |
|          | Przekroje rurowe prostokątne | $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$            | $\leq C_{mz} \left( 1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Ed} / \gamma_{M1}} \right)$                 |
|          |                              |  | $C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Ed} / \gamma_{M1}} \right)$  |
|          |                              |  | $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Ed} / \gamma_{M1}} \right)$                 |



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Współczynniki równoważnego stałego momentu  $C_m$

PN-EN 1993-1-1 Tablica B.3

| Wykres momentów  | Zakres                   |                       | $C_{my}, C_{mz}, C_{mLT}$              |                                     |
|--|--------------------------|-----------------------|--|-------------------------------------|
|  |                          |                       | Obciążenie równomierne                 | Obciążenie skupione                 |
|                                 | $-1 \leq \psi \leq 1$    |                       | $0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$               |                                     |
|  $\alpha_s = \frac{M_s}{M_h}$   | $0 \leq \alpha_s \leq 1$ | $-1 \leq \psi \leq 1$ | $0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$           |                                     |
|  | $-1 \leq \alpha_s < 0$   | $0 \leq \psi \leq 1$  | $0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$           | $-0,8\alpha_s \geq 0,4$             |
|  |                          | $-1 \leq \psi < 0$    | $0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$ | $0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$ |
|  $\alpha_h = \frac{M_h}{M_s}$ | $0 \leq \alpha_h \leq 1$ | $-1 \leq \psi \leq 1$ | $0,95 + 0,05\alpha_h$                  | $0,90 + 0,1\alpha_h$                |
|  | $-1 \leq \alpha_h < 0$   | $0 \leq \psi \leq 1$  | $0,95 + 0,05\alpha_h$                  | $0,90 + 0,1\alpha_h$                |
|  |                          | $-1 \leq \psi < 0$    | $0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$       | $0,90 + 0,1\alpha_h(1 + 2\psi)$     |

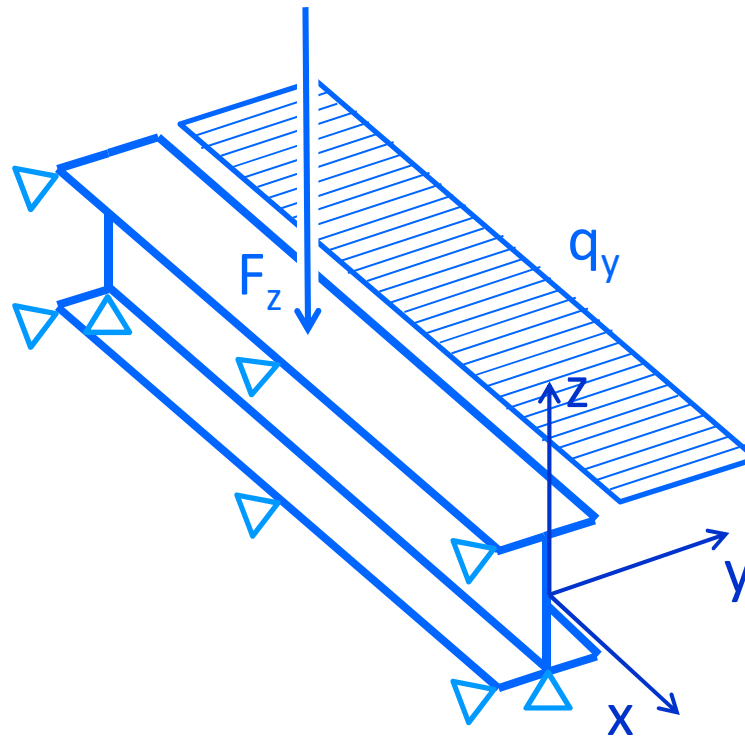
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Należy obliczyć  $C_{my}$ ,  $C_{mz}$  i  $C_{mLT}$  odpowiednio do wykresu momentu zginającego między właściwymi punktami podparcia (stężeniami).

| współczynnik momentu | oś zginania | punkty podparcia w kierunku |
|----------------------|-------------|-----------------------------|
| $C_{my}$             | y-y         | z-z                         |
| $C_{mz}$             | z-z         | y-y                         |
| $C_{mLT}$            | y-y         | y-y                         |

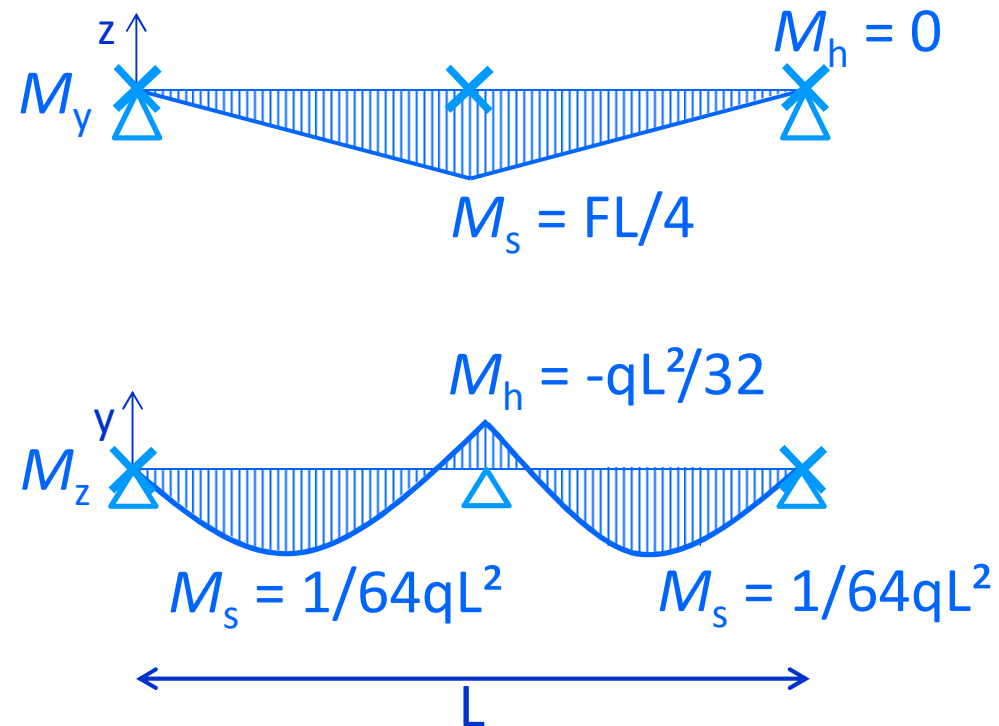
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Przykład ustalania wykresu momentu odniesienia



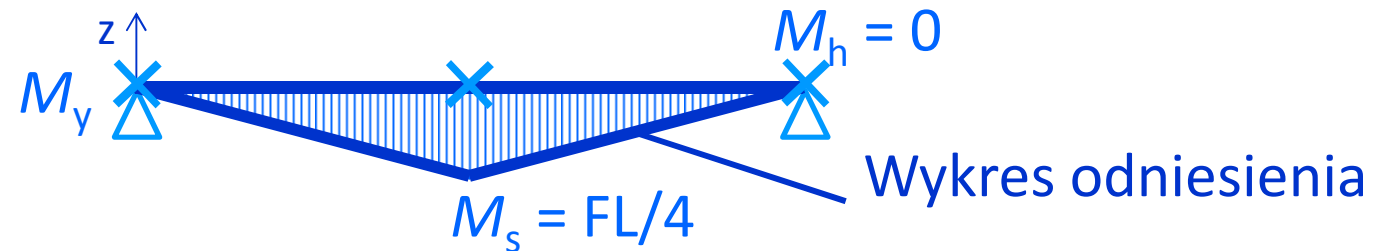
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Wykresy momentów  $M_y$  i  $M_z$  :

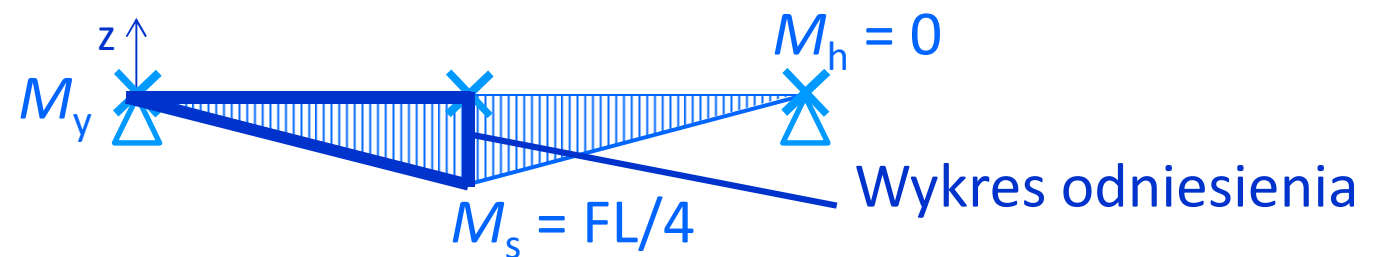


# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik momentu  $C_{my}$  – Dystrybucja  $M_y$  i podparcia z :

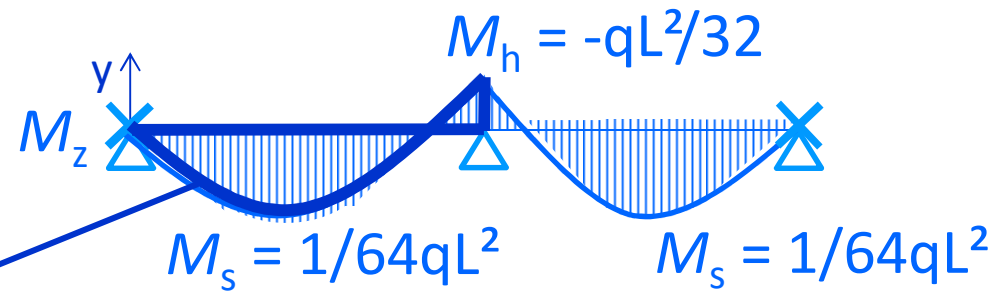


- Współczynnik momentu  $C_{mLT}$  – Dystrybucja  $M_y$  i podparcia y :



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik momentu  $C_{mz}$  – Dystrybucja  $M_z$  i podparcia  $y$  :



Wykres odniesienia

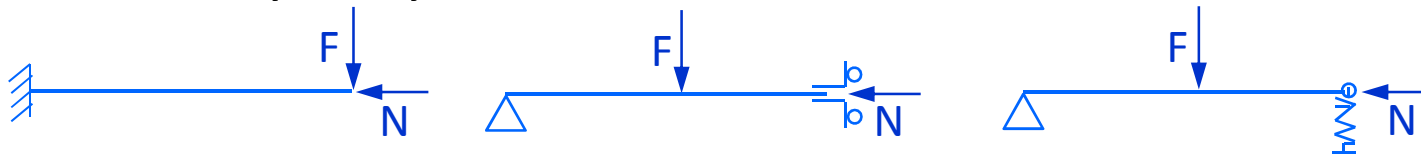
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ W przypadku przechyłowej formy wybożenia, należy przyjmować jako współczynniki równoważnego stałego momentu odpowiednio  $C_{my} = 0,9$  lub  $C_{mz} = 0,9$ .



Kiedy stosuje się tę regułę?

- Elementy, których końce nie są podparte w płaszczyźnie rozpatrywanego momentu (podparcie w kierunku z dla  $M_y$  i podparcie w kierunku y dla  $M_z$ )
- Przykłady:



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- A słupy ram?



Zastosowanie reguły zależy od metody zastosowanej w analizie globalnej:

**Globalne efekty drugiego rzędu uwzględniane** przy obliczaniu momentu zginającego →  **$C_m$  obliczane według wzorów z tablicy B.3**

**Globalne efekty drugiego rzędu nieuwzględniane** przy obliczaniu momentu zginającego, nawet jeżeli są bez znaczenia →  **$C_m = 0,9$**



# PRZYKŁAD

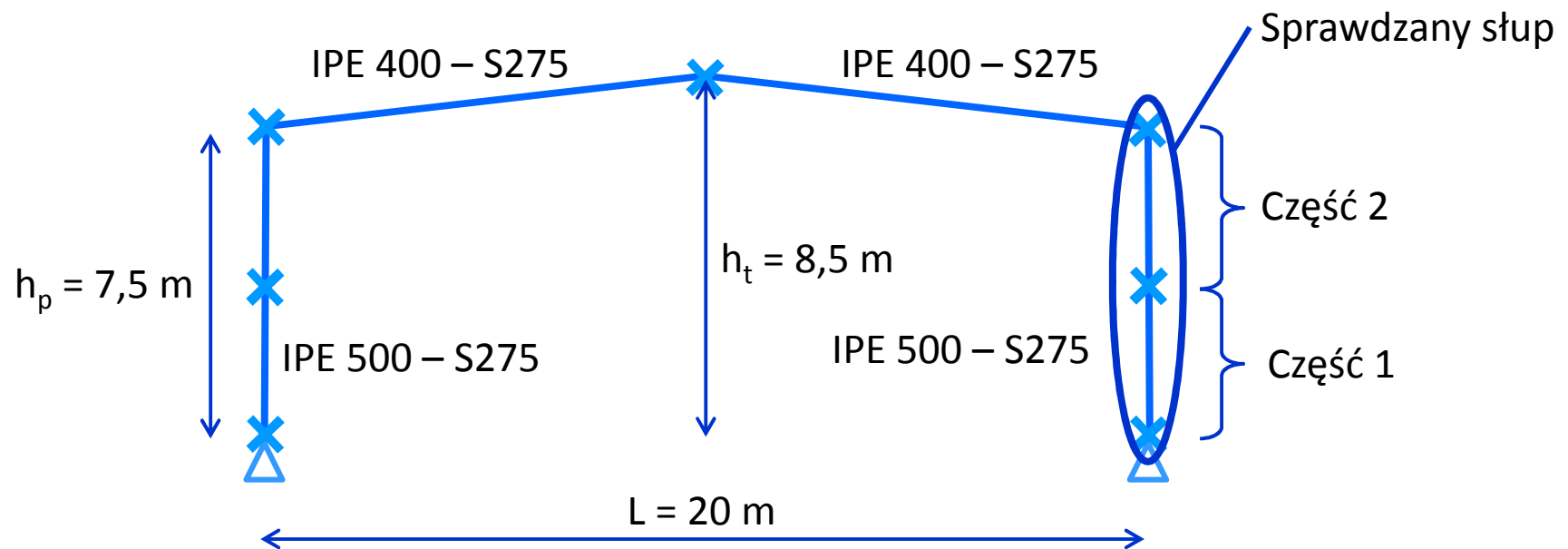
## DANE OGÓLNE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# DANE OGÓLNE

## ✓ Geometria ramy



✕ Stężenia boczne i przeciwskrętne

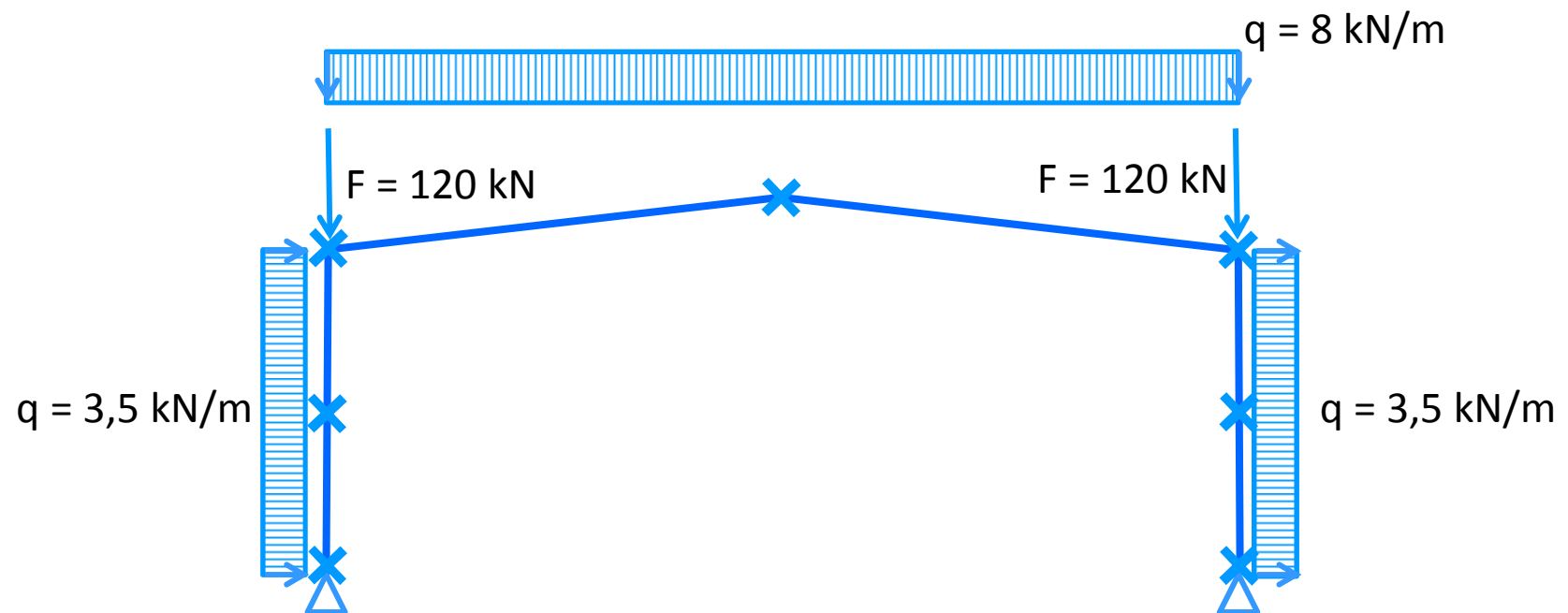
# DANE OGÓLNE

✓ Charakterystyki przekrojów

|         | $A$ [cm <sup>2</sup> ] | $A_{vz}$ [cm <sup>2</sup> ] | $I_y$ [cm <sup>4</sup> ] | $W_{pl,y}$ [cm <sup>3</sup> ] | $I_z$ [cm <sup>4</sup> ] | $i_0$ [cm] | $I_t$ [cm <sup>4</sup> ] | $I_w$ [cm <sup>6</sup> ] |
|---------|------------------------|-----------------------------|--------------------------|-------------------------------|--------------------------|------------|--------------------------|--------------------------|
| IPE 400 | 84,5                   | 42,7                        | 23130                    | 1307                          | 1318                     | 17,1       | 51,1                     | 490000                   |
| IPE 500 | 116                    | 59,9                        | 48200                    | 2194                          | 2142                     | 20,9       | 89,3                     | 1249000                  |

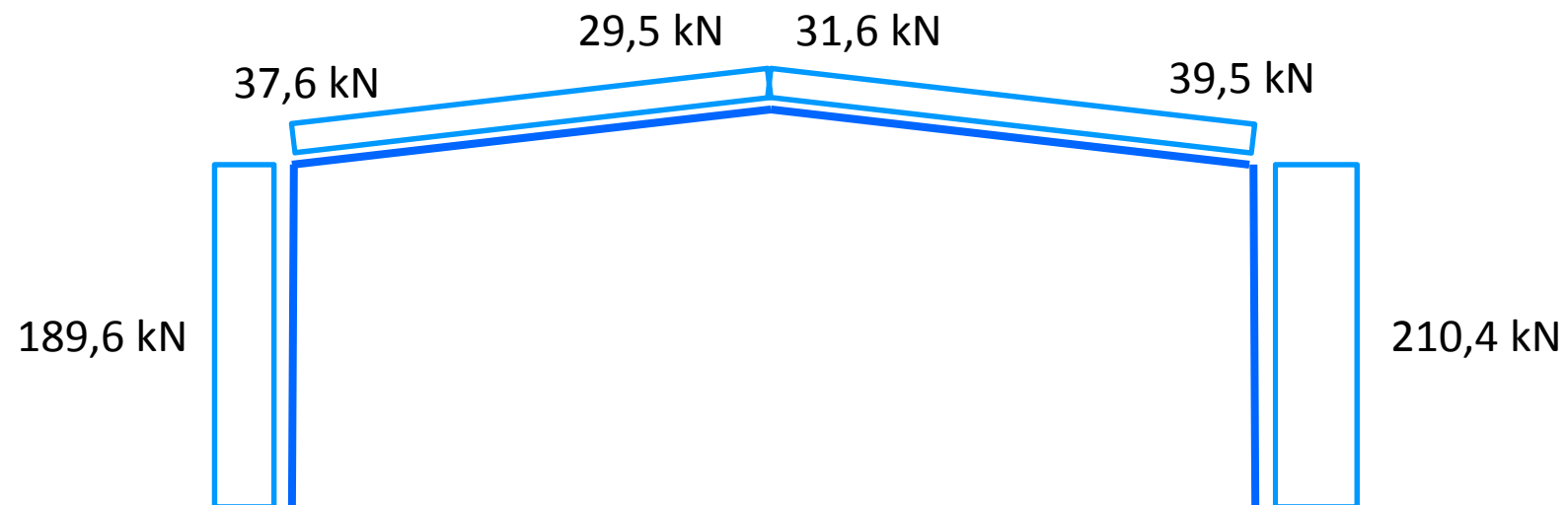
# DANE OGÓLNE

✓ Obciążenia



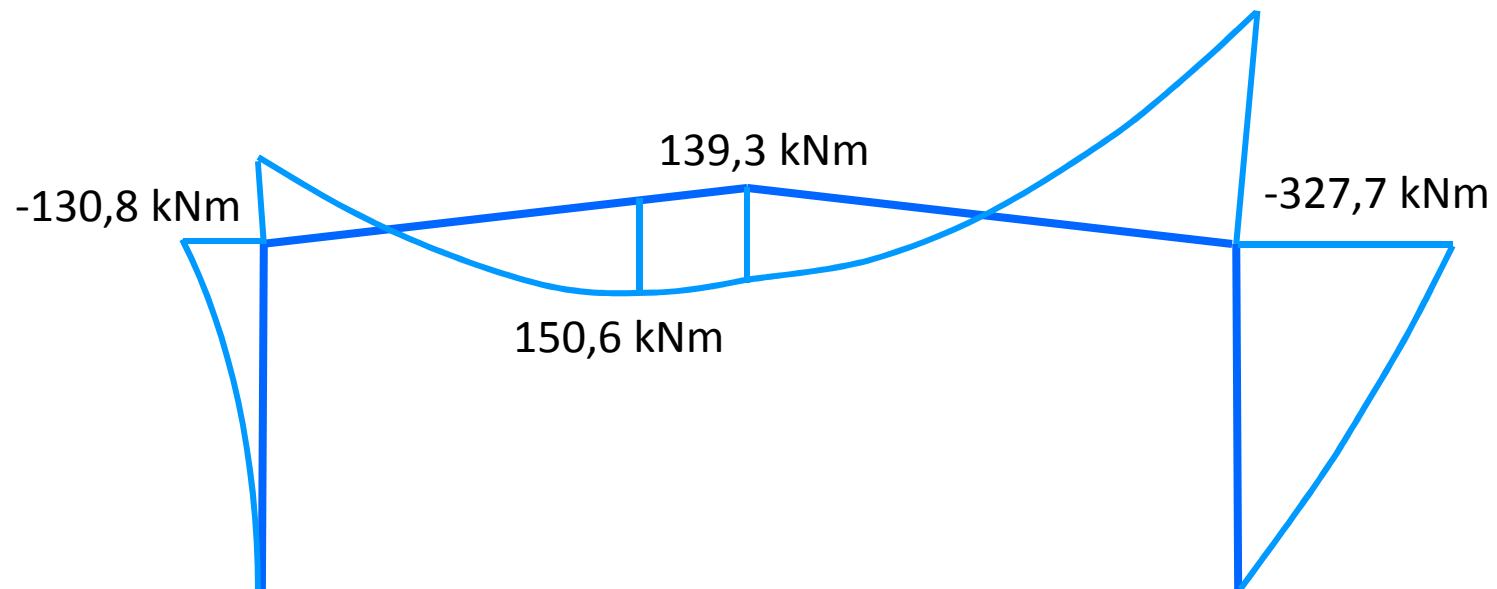
# DANE OGÓLNE

- ✓ Siły wywołane obciążeniem według analizy pierwszego rzędu
  - Siła podłużna:



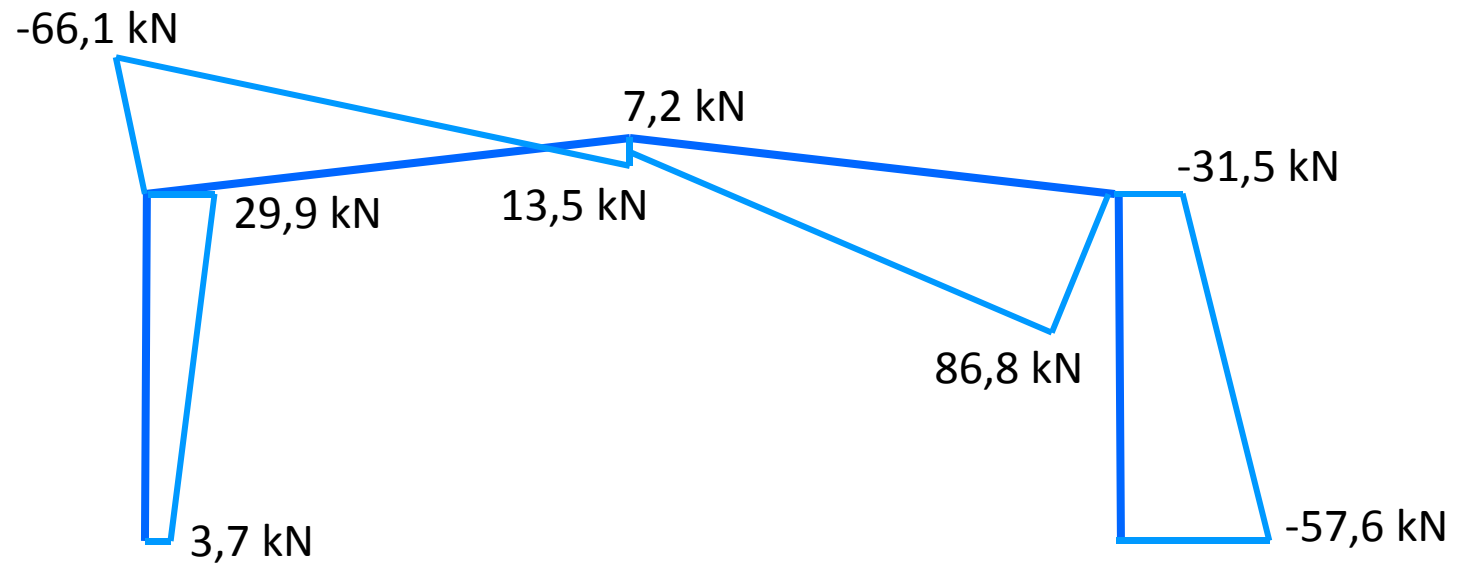
# DANE OGÓLNE

- ✓ Siły wywołane obciążeniem według analizy pierwszego rzędu
  - Moment zginający:



# DANE OGÓLNE

- ✓ Siły wywołane obciążeniem według analizy pierwszego rzędu
  - Siła poprzeczna:



# PRZYKŁAD

## SPRAWDZENIE PRAWEGO SŁUPA

SIŁY PRZEKROJOWE WYZNACZONE ZA POMOCĄ ANALIZY I RZĘDU



Program  
Uczenie się  
przez całe życie



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

Zgodnie z Załącznikiem Krajowym w przypadku jednokondygnacyjnych układów przechyłowych można stosować analizę pierwszego rzędu bez imperfekcji.

PN-EN 1993-1-1 NA. 9

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Siły w głowicy słupa (najbardziej obciążona):

$$N_{Ed} = 210kN \quad M_{Ed} = 328kNm \quad V_{Ed} = 31,5kN$$

Wszystkie siły przekrojowe są mniejsze od obliczonych z uwzględnieniem teorii drugiego rzędu

- ✓ Klasyfikacja przekroju

- Środek zginany i ściskany:

$$d_{b,N} = \frac{N_{Ed}}{t_{wb} f_y} = \frac{210000}{10,2 \cdot 275} = 74,9 \text{ mm}$$

$$\alpha = \frac{c + d_N}{2d_N} = \frac{426 + 74,9}{2 \cdot 426} = 0,59 > 0,5$$

$$\frac{c}{t} = \frac{426}{10,2} = 41,8 < \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,92}{13 \cdot 0,59 - 1} = 54,6 \quad \rightarrow \text{klasa 1}$$

→ Klasa 1: Zastosowanie nośności plastycznej

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie przekrojów na końcach części 1 i 2
  - Nośność przekroju:

$$N_{Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} = \frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{1,0} = 3190 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \frac{A_{vz} f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{59,9 \times 275 \times 10^{-1} / \sqrt{3}}{1,0} = 951 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2194 \times 275 \times 10^{-3}}{1,0} = 603,4 \text{ kNm}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Sprawdzenie siły podłużnej:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{210}{3190} = 0,07 \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 §6.2.9.1 (4)

nie ma interakcji między siłą osiową i momentem zginającym

- Sprawdzenie siły poprzecznej:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{31,5}{951} = 0,03 \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 §6.2.8 (2)

nie ma interakcji między siłą poprzeczną i momentem zginającym

- Sprawdzenie momentu zginającego:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{328}{603,4} = 0,54 \leq 1$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Sprawdzenie na wyboczenie względem osi y-y (słup prawy)

▪ Siła krytyczna:

$$L_{cr,y} = \mu_y h_p \qquad \mu_y = 3,6 \qquad \text{SN008a-PL-EU §2 [2]}$$

$$L_{cr,y} = 3,6 \cdot 750 = 2700 \text{ cm}$$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{cr,y}^2} = \pi^2 \frac{210000 \times 10^{-1} \times 48200}{(2700)^2} = 1369 \text{ kN}$$

*Komentarz: Długość krytyczna  $L_{cr}$  odpowiada tutaj przechyłowej postaci wyboczenia i uwzględnia wpływ sztywności elementów i węzłów.*

[2] SN008a-PL-EU Informacje uzupełniające: Długości wyboczeniowe słupów: podejście ścisłe, Access Steel, <http://www.piks.com.pl/>

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Smukłość względna:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{1369}} = 1,53$$

- Krzywa wyboczenia/Parametr imperfekcji:

$$\frac{h}{b} = 2,5 > 1,2$$

$$t_f = 16 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$$

S275

wyboczenie względem osi y-y

Krzywa wyboczenia « a »

$$\alpha = 0,21$$

PN-EN 1993-1-1 §6.3.1.2

- Współczynnik wyboczeniowy :

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right) = 0,5 \left( 1 + 0,21 (1,53 - 0,2) + 1,53^2 \right)$$

$$= 1,81$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{1,81 + \sqrt{1,81^2 - 1,53^2}} = 0,36$$

## ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Nośność na wyboczenie względem osi y-y słupa:

$$N_{b,Rd} = \chi_y \frac{A f_y}{\gamma_{M1}} = 0,36 \frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{1,0} = 1148 \text{ kN}$$

- Sprawdzenie na wyboczenie względem osi y-y :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{210}{1148} = 0,18 < 1,0$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie na wyboczenie względem osi z-z (słup prawy – części 1 i 2)

- Siła krytyczna :

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L_{cr,z}^2} = \pi^2 \frac{210000 \times 10^{-1} \times 2142}{375^2}$$

$$N_{cr,z} = 3157 \text{ kN}$$

*Komentarz : Długość krytyczna  $L_{cr}$  odpowiada tutaj odległości między stężeniami bocznymi.*

- Smukłość względna:

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{3157}} = 1,01$$



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Krzywa wyboczenia/Parametr imperfekcji:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h}{b} = 2,5 > 1,2 \\ t_f = 16\text{mm} < 40\text{mm} \\ \text{S275} \\ \text{wyboczenie} \\ \text{względem osi z-z} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Krzywa wyboczenia « b »} \\ \alpha = 0,34 \quad \text{PN-EN 1993-1-1 §6.3.1.2} \end{array}$$

- Współczynnik wyboczenia:

$$\begin{aligned} \phi &= 0,5 \left( 1 + \alpha (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right) = 0,5 \left( 1 + 0,34 (1,01 - 0,2) + 1,01^2 \right) \\ &= 1,15 \\ \chi_z &= \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{1,15 + \sqrt{1,15^2 - 1,01^2}} = 0,59 \end{aligned}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Nośność na wyboczenie względem osi z-z słupa:

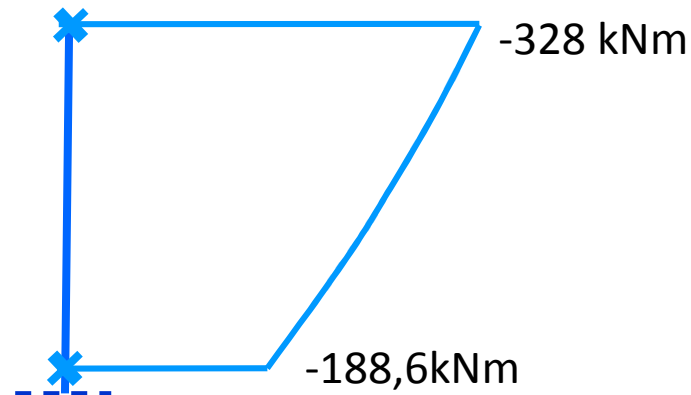
$$N_{b,Rd} = \chi_z \frac{Af_y}{\gamma_{M1}} = 0,59 \frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{1,0} = 1882 \text{ kN}$$

- Sprawdzenie na wyboczenie względem osi z-z :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{210 \text{ kN}}{1882 \text{ kN}} = 0,11 < 1,0$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie na zwichrzenie (słup prawy – część 2)
  - Wykres momentu – część 2 :



- Moment krytyczny przy zwichrzeniu według SN003a-PL-EU [1]

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left\{ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Mały wpływ obciążenia równomiernie rozłożonego  
→ Możliwość pominięcia  $C_2$

- Współczynnik  $C_1$  :

$$C_1 = 1,26$$

SN003a-PL-EU Rys. 3.3[1]

- Moment krytyczny przy zwichrzeniu:

$$M_{cr} = 1,26 \frac{\pi^2 210000 \times 10^{-3} \times 2142}{375^2} \left\{ \sqrt{\frac{1249 \times 10^3}{2142} + \frac{375^2 \times 81000 \times 89,3}{\pi^2 210000 \times 2142}} \right\}$$

$$M_{cr} = 1133,66 \text{ kNm}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Smukłość względna:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2194 \times 275 \times 10^{-1}}{1133,66 \times 10^2}} = 0,73$$

- Krzywa wyboczenia/Parametr imperfekcji:

$$\frac{h}{b} = 2,5 > 2 \quad \left. \vphantom{\frac{h}{b}} \right\} \begin{array}{l} \text{Krzywa wyboczenia « b »} \\ \alpha_{LT} = 0,34 \end{array}$$

PN-EN 1993-1-1 §6.3.2.2

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik zwiczenia:

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right) = 0,5 \left( 1 + 0,34(0,73 - 0,2) + 0,73^2 \right) = 0,86$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,86 + \sqrt{0,86^2 - 0,73^2}} = 0,76$$

- Sprawdzenie zwiczenia:

$$\frac{\frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} W_{pl,y} f_y}}{\gamma_{M1}} = \frac{351 \times 10^2}{0,76 \times 2194 \times 275 \times 10^{-1}} = 0,77 < 1$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie interakcji siła osiowa – moment zginający
  - Przywołanie formuł weryfikacyjnych:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie interakcji siła osiowa – moment zginający  
– Część 2 (decydująca)
  - Współczynnik równoważnego stałego momentu  $C_{my}$  :

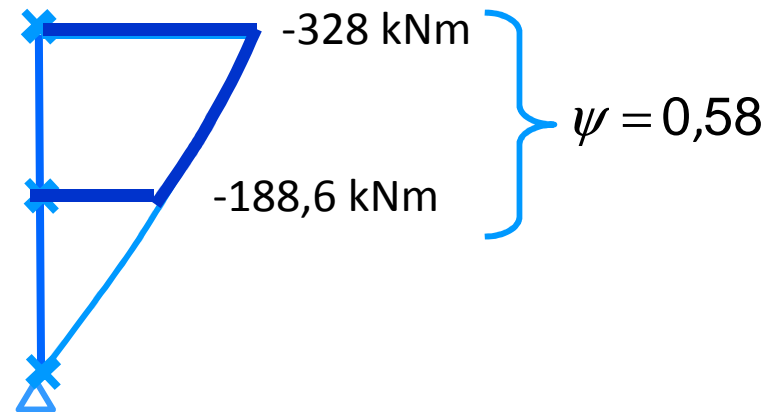
→ Wartość  $C_{my}$  :

$$C_{my} = 0,9$$



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik równoważnego stałego momentu  $C_{mLT}$  :  
→ Wykres odnośnego momentu (założono liniowy) :



→ Wartość  $C_{mLT}$  :

$$C_{mLT} = 0,6 + 0,4 \times 0,58 = 0,832 \geq 0,4$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik interakcji  $k_{yy}$  :

$$k_{yy} = \min \left[ C_{my} \left( 1 + 0,6(\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right); C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \right]$$

$$k_{yy} = \min \left[ 0,9 \left( 1 + 0,6(1,53 - 0,2) \frac{210}{0,36 \times 3190 / 1,0} \right); 0,9 \left( 1 + 0,8 \frac{210}{0,36 \times 3190 / 1,0} \right) \right]$$

$$k_{yy} = \min(1,03; 1,03)$$

$$\rightarrow k_{yy} = 1,03$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik interakcji  $k_{zy}$ :

$$k_{zy} = \max \left[ \left( 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right); \left( 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \right]$$

$$k_{zy} = \max \left[ \left( 1 - \frac{0,1 \times 1,01}{(0,832 - 0,25)} \frac{210}{0,59 \times 3190 / 1,0} \right); \left( 1 - \frac{0,1}{(0,832 - 0,25)} \frac{210}{0,59 \times 3190 / 1,0} \right) \right]$$

$$k_{zy} = \max(0,981; 0,981)$$

$$\rightarrow k_{zy} = 0,981$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Sprawdzenie – Część 2 :

$$\frac{\frac{210}{0,36 \times 3190}}{1,0} + 1,03 \frac{\frac{328}{0,76 \frac{603,4}{1,0}}}{1,0} = 0,92 \leq 1$$

$$\frac{\frac{210}{0,59 \times 3190}}{1,0} + 0,981 \frac{\frac{328}{0,76 \frac{603,4}{1,0}}}{1,0} = 0,81 \leq 1$$

# PRZYKŁAD

## SPRAWDZENIE PRAWEGO SŁUPA SIŁY PRZEKROJOWE WYZNACZONE ZA POMOCĄ ANALIZY II RZĘDU



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Ustalenie imperfekcji geometrycznych

▪ Imperfekcje globalne:

→ Warunek uwzględniania

$$H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed} ?$$

PN-EN 1993-1-1 §5.3.2 (4)B

$$7,5 \times 3,5 < 0,15(20 \times 8 + 2 \times 120)$$

$$26,25 \text{ kN} < 0,15 \times 400 = 60 \text{ kN}$$

→ Należy zastosować imperfekcje globalne

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Wartość imperfekcji globalnej:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$$

PN-EN 1993-1-1 §5.3.2 (3)

$$\phi_0 = 1/200$$

(wartość podstawowa)

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{7,5}} = 0,73$$

(uwzględnienie wysokości słupów)

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)} = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{2} \right)}$$

(uwzględnienie liczby słupów)

$$= 0,87$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Wartość imperfekcji globalnej:

$$\phi = 1/200 \times 0,73 \times 0,87 = \pm 1/315$$

→ Zastosowanie w układzie najbardziej niekorzystnym

- Imperfekcje lokalne :

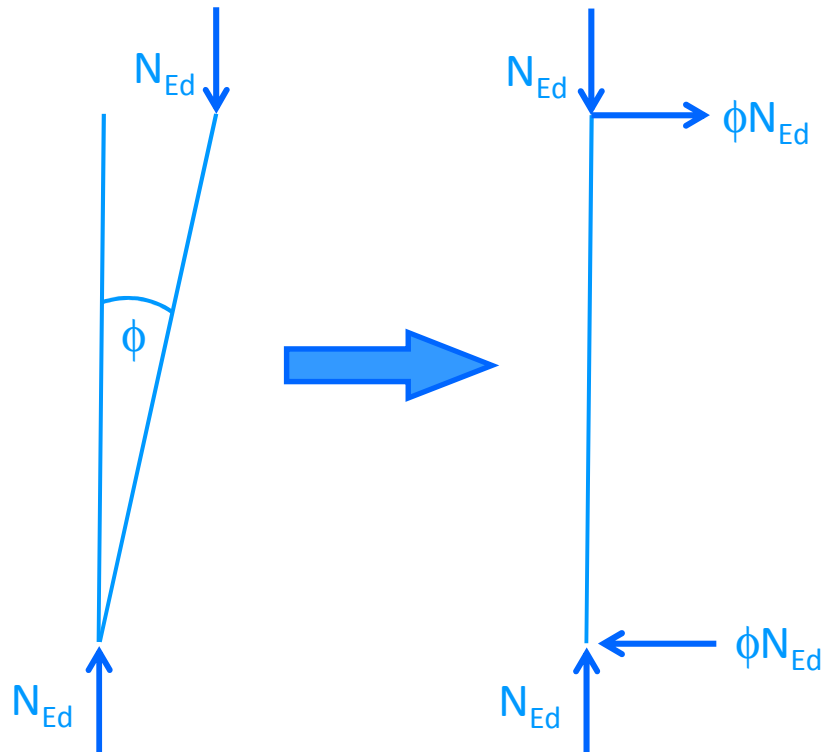
→ Uwzględnione przy sprawdzaniu według §6.3 PN-EN 1993-1-1



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Przekształcenie imperfekcji geometrycznych na równoważne obciążenie

PN-EN 1993-1-1 §5.3.2 (7)



|            | $\phi N_{Ed}$ |
|------------|---------------|
| Słup lewy  | 0,60 kN       |
| Słup prawy | 0,67 kN       |

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Wyznaczenie mnożnika obciążenia krytycznego  $\alpha_{cr}$

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left( \frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

PN-EN 1993-1-1 §5.2.1

$$V_{Ed} = 8 \times 20 + 120 \times 2 = 400 \text{ kN}$$

(Suma obciążeń pionowych)

$$H_{Ed} = 3,5 \times 7,5 + 0,60 + 0,67 = 27,52 \text{ kN}$$

(Suma obciążeń poziomych w poziomie rygla)

$$\delta_{H,Ed} = 7,75 \text{ cm}$$

(Średnia przemieszczeń góry słupa od obciążeń poziomych i równoważnych)

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Wyznaczenie mnożnika obciążenia krytycznego  $\alpha_{cr}$

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{27,52}{400} \right) \left( \frac{750}{7,75} \right)$$

$$\alpha_{cr} = 6,65 \begin{matrix} < 10 \\ > 3 \end{matrix}$$

- efekty drugiego rzędu należy wziąć pod uwagę
- uproszczone uwzględnienie efektów drugiego rzędu przez zwiększenie efektów przechyłowych

PN-EN 1993-1-1 §5.2.2 (5)B

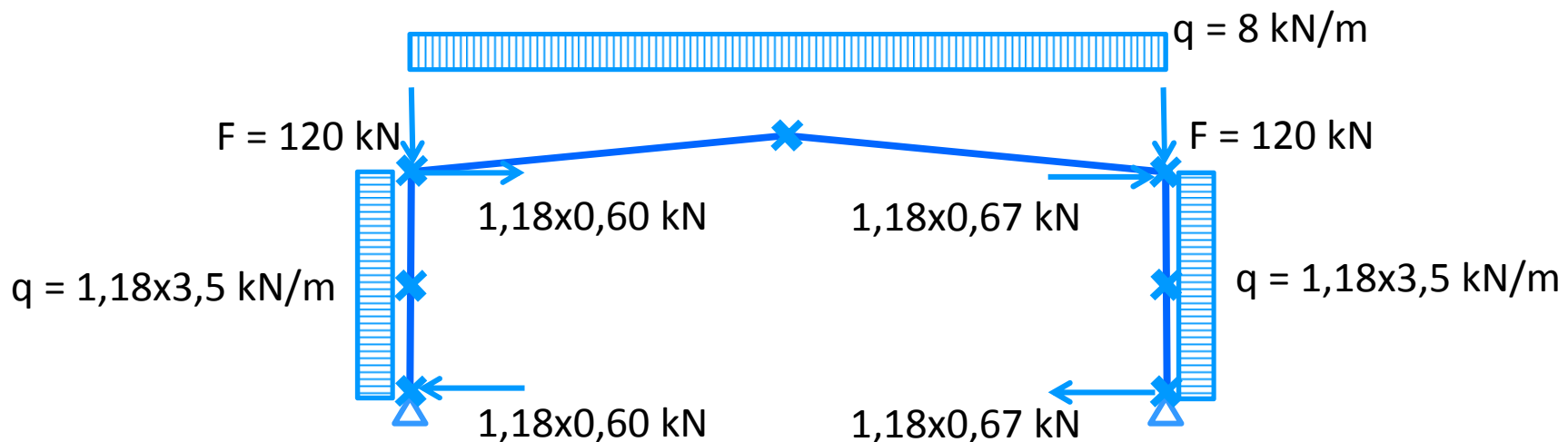
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Zwiększenie efektów przechyłowych

▪ Współczynnik zwiększający:

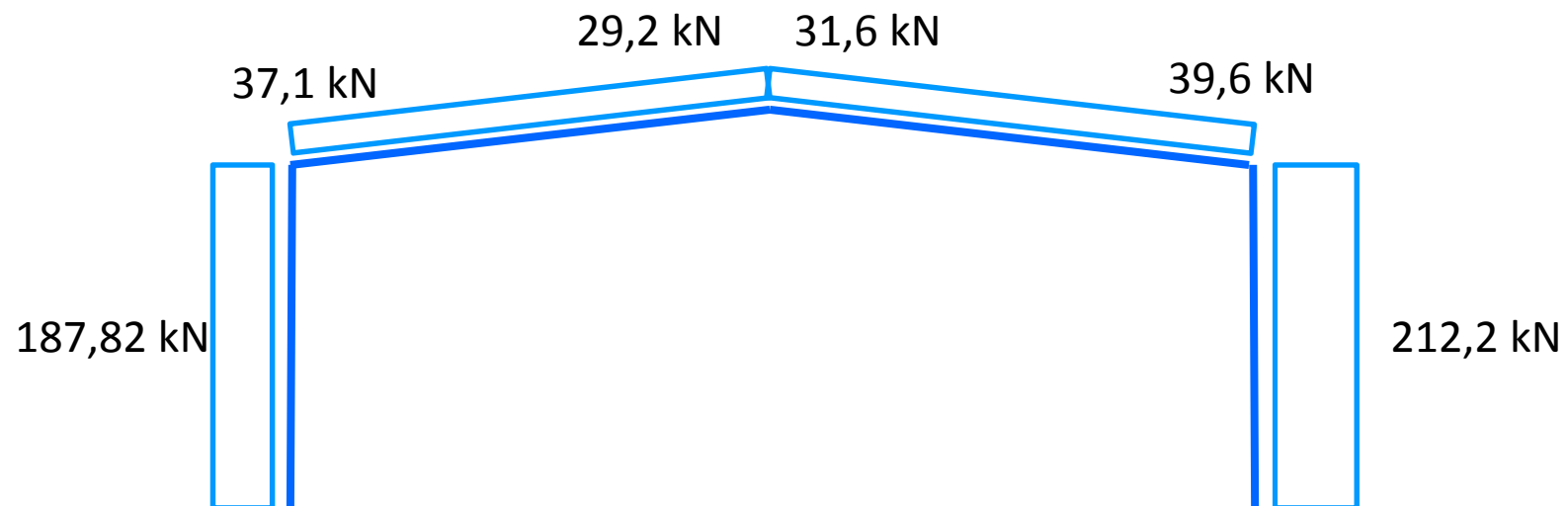
$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{6,65}} = 1,18 \quad \text{PN-EN 1993-1-1 §5.2.2 (5)B}$$

▪ Całkowite obciążenie przyłożone do ramy:



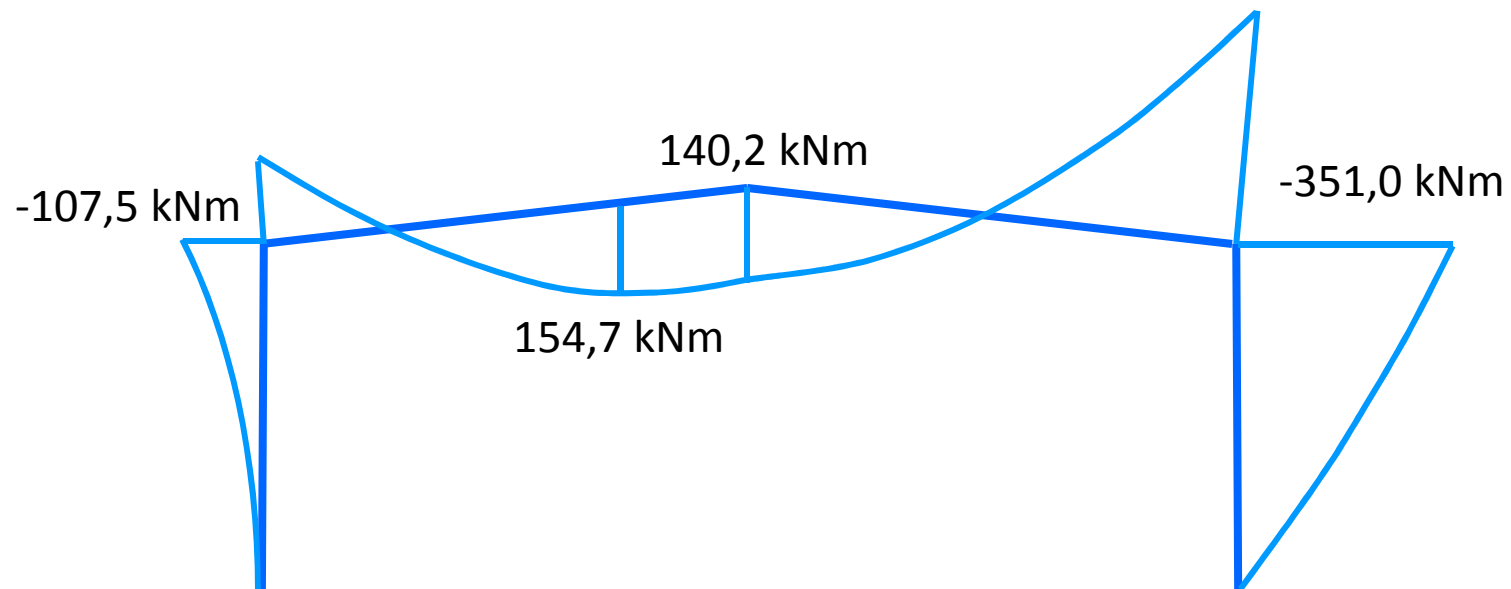
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Zwiększone siły wywołane efektami drugiego rzędu
  - Siła podłużna  $N_{Ed}$  :



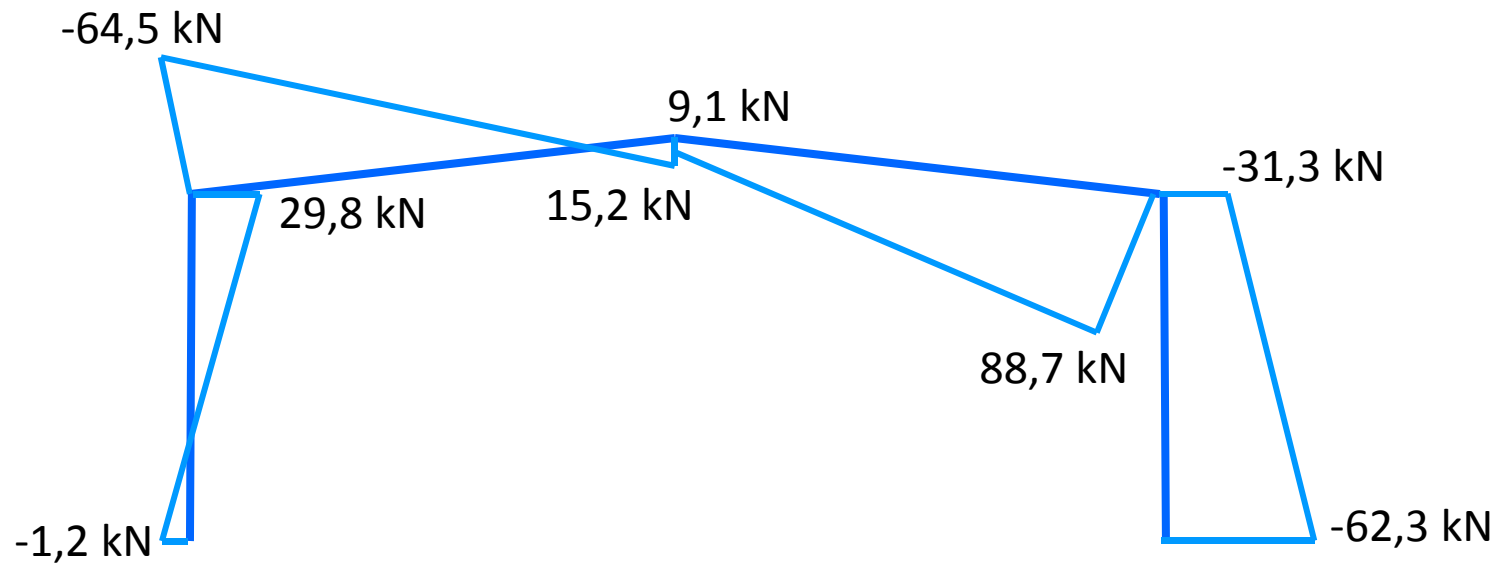
# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Zwiększone siły wywołane efektami drugiego rzędu
  - Moment zginający  $M_{Ed}$  :



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Zwiększone siły wywołane efektami drugiego rzędu
  - Siła poprzeczna  $V_{Ed}$  :



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Siły w głowicy słupa (najbardziej obciążona):

$$N_{Ed} = 212kN \quad M_{Ed} = 351kNm \quad V_{Ed} = 46,8kN$$

- ✓ Klasyfikacja przekroju

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} = \sqrt{235/275} = 0,92$$

- Środek zginany i ściskany:

$$d_{b,N} = \frac{N_{Ed}}{t_{wb} f_y} = \frac{212000}{10,2 \cdot 275} = 75,6 \text{ mm}$$

$$\alpha = \frac{c + d_N}{2d_N} = \frac{426 + 75,6}{2 \cdot 426} = 0,59 > 0,5$$

$$\frac{c}{t} = \frac{426}{10,2} = 41,8 < \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,92}{13 \cdot 0,59 - 1} = 54,6 \quad \rightarrow \text{klasa 1}$$

- Pas ściskany:

$$\frac{c}{t} = \frac{73,9}{16,0} = 4,6 < 9\varepsilon = 9 \cdot 0,92 = 8,3 \quad \rightarrow \text{klasa 1}$$

→ Klasa 1: Zastosowanie nośności plastycznej



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Sprawdzenie siły podłużnej:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{212}{3190} = 0,07 \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 §6.2.9.1 (4)

nie ma interakcji między siłą osiową i momentem zginającym

- Sprawdzenie siły poprzecznej:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{31,3}{951} = 0,03 \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 §6.2.8 (2)

nie ma interakcji między siłą poprzeczną i momentem zginającym

- Sprawdzenie momentu zginającego:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{351}{603,4} = 0,58 \leq 1$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

✓ Sprawdzenie na wyboczenie względem osi y-y (słup prawy)

▪ Siła krytyczna:

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{cr,y}^2} = \pi^2 \frac{210000 \times 10^{-1} \times 48200}{(750)^2}$$

$$N_{cr,y} = 17760 \text{ kN}$$

*Komentarz: Długość krytyczna  $L_{cr}$  odpowiada tutaj długości teoretycznej.*

▪ Smukłość względna:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{17760}} = 0,42$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Krzywa wyboczenia/Parametr imperfekcji:

$$\frac{h}{b} = 2,5 > 1,2$$

$$t_f = 16\text{mm} < 40\text{mm}$$

S275

wyboczenie

względem osi y-y

Krzywa wyboczenia « a »

$$\alpha = 0,21$$

PN-EN 1993-1-1 §6.3.1.2

- Współczynnik wyboczeniowy :

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right) = 0,5 \left( 1 + 0,21(0,42 - 0,2) + 0,42^2 \right)$$

$$= 0,61$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,61 + \sqrt{0,61^2 - 0,42^2}} = 0,95$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Nośność na wyboczenie względem osi y-y słupa:

$$N_{b,Rd} = \chi_y \frac{Af_y}{\gamma_{M1}} = 0,95 \frac{116 \times 275 \times 10^{-1}}{1,0} = 3030 \text{ kN}$$

- Sprawdzenie na wyboczenie względem osi y-y :

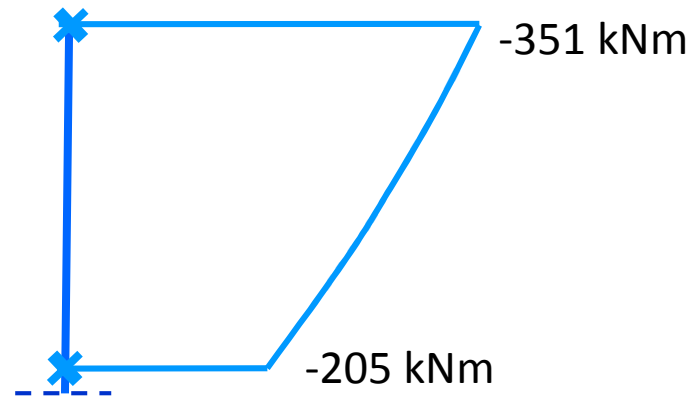
$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{212}{3030} = 0,07 < 1,0$$

- Sprawdzenie na wyboczenie względem osi z-z :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{212 \text{ kN}}{1882 \text{ kN}} = 0,11 < 1,0$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- ✓ Sprawdzenie na zwichrzenie (słup prawy – część 2)
  - Wykres momentu – część 2 :



- Moment krytyczny przy zwichrzeniu według Access Steel SN003a-PL-EU

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left\{ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Mały wpływ obciążenia równomiernie rozłożonego  
→ Możliwość pominięcia  $C_2$

- Współczynnik  $C_1$  :

$$C_1 = 1,26$$

SN003a-PL-EU Rys. 3.3

- Moment krytyczny przy zwichrzeniu:

$$M_{cr} = 1,26 \frac{\pi^2 210000 \times 10^{-3} \times 2142}{375^2} \left\{ \sqrt{\frac{1249 \times 10^3}{2142} + \frac{375^2 \times 81000 \times 89,3}{\pi^2 210000 \times 2142}} \right\}$$

$$M_{cr} = 1133,66 kNm$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Smukłość względna:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2194 \times 275 \times 10^{-1}}{1133,66 \times 10^2}} = 0,73$$

- Krzywa wyboczenia/Parametr imperfekcji:

$$\frac{h}{b} = 2,5 > 2 \quad \left. \vphantom{\frac{h}{b}} \right\} \begin{array}{l} \text{Krzywa wyboczenia « b »} \\ \alpha_{LT} = 0,34 \end{array}$$

PN-EN 1993-1-1 §6.3.2.2

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik zwiczenia:

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right) = 0,5 \left( 1 + 0,34(0,73 - 0,2) + 0,73^2 \right) \\ = 0,86$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,86 + \sqrt{0,86^2 - 0,73^2}} = 0,76$$

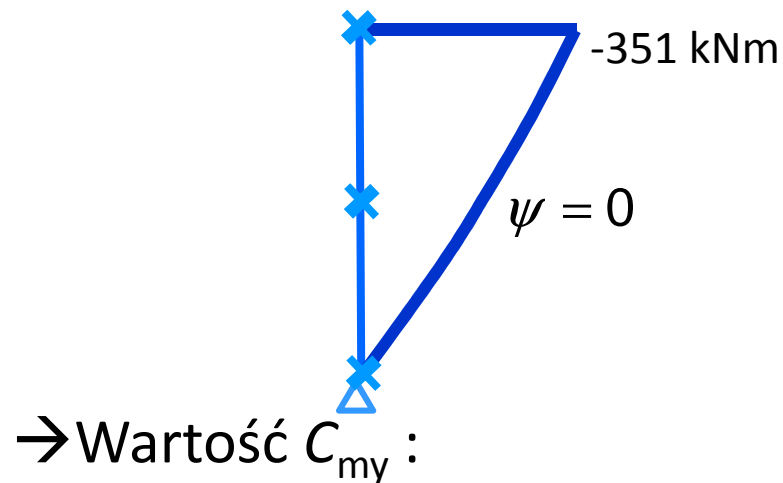
- Sprawdzenie zwiczenia:

$$\frac{\frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} W_{pl,y} f_y}}{\gamma_{M1}} = \frac{351 \times 10^2}{0,76 \times 2194 \times 275 \times 10^{-1}} = 0,77 < 1$$



# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

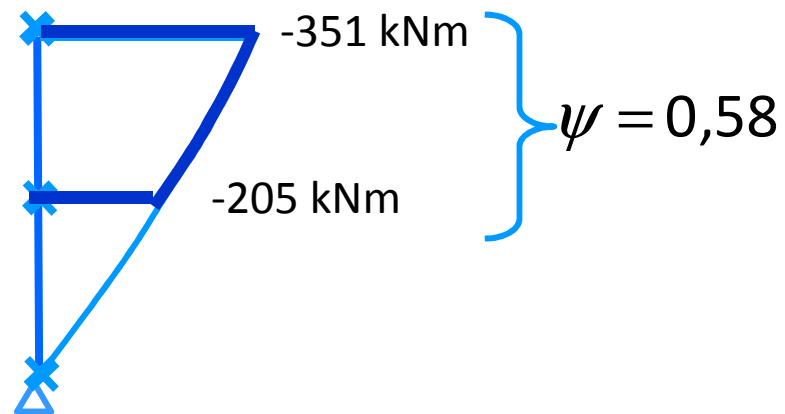
- ✓ Sprawdzenie interakcji siła osiowa – moment zginający  
– Część 2 (decydująca)
  - Współczynnik równoważnego stałego momentu  $C_{my}$  :
    - Wykres odnośnego momentu (założono liniowy) :



$$C_{my} = 0,6 + 0,4\psi = 0,6 \geq 0,4$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik równoważnego stałego momentu  $C_{mLT}$  :  
→ Wykres odnośnego momentu (założono liniowy):



→ Wartość  $C_{mLT}$  :

$$C_{mLT} = 0,6 + 0,4 \times 0,58 = 0,83 \geq 0,4$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik interakcji  $k_{yy}$  :

$$k_{yy} = \min \left[ C_{my} \left( 1 + 0,6(\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right); C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \right]$$

$$k_{yy} = \min \left[ 0,6 \left( 1 + 0,6(0,42 - 0,2) \frac{212}{0,95 \times 3190 / 1,0} \right); 0,6 \left( 1 + 0,8 \frac{212}{0,95 \times 3190 / 1,0} \right) \right]$$

$$k_{yy} = \min(0,606; 0,634)$$

$$\rightarrow k_{yy} = 0,606$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Współczynnik interakcji  $k_{zy}$  :

$$k_{zy} = \max \left[ \left( 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right); \left( 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \right]$$

$$k_{zy} = \max \left[ \left( 1 - \frac{0,1 \times 1,01}{(0,83 - 0,25)} \frac{212}{0,59 \times 3190 / 1,0} \right); \left( 1 - \frac{0,1}{(0,83 - 0,25)} \frac{212}{0,59 \times 3190 / 1,0} \right) \right]$$

$$k_{zy} = \max(0,980; 0,981)$$

$$\rightarrow k_{zy} = 0,981$$

# ZASTOSOWANIE ZAŁĄCZNIKA B PN-EN 1993-1-1

- Sprawdzenie – Część 2 :

$$\frac{\frac{212}{0,95 \times 3190}}{1,0} + 0,606 \frac{351}{0,76 \frac{603,4}{1,0}} = 0,53 \leq 1$$

$$\frac{\frac{212}{0,59 \times 3190}}{1,0} + 0,981 \frac{351}{0,76 \frac{603,4}{1,0}} = 0,86 \leq 1$$

# PODSUMOWANIE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# PODSUMOWANIE

- Sprawdzenie elementów ze względu na niestateczność przy wyboczeniu i/lub zwichrzeniu jest omówione w rozdziale §6.3 PN-EN 1993-1-1.
- Współczynniki interakcji do sprawdzenia elementów przy interakcji moment zginający – siła osiowa mogą być określone według Załącznika A lub B PN-EN 1993-1-1.
- Zgodnie z Załącznikiem Krajowym (NA. 20) współczynniki interakcji zaleca się obliczać metodą zamieszczoną w Załączniku B



# Program Uczenie się przez całe życie

Moduły szkoleniowe SKILLS zostały opracowane przez konsorcjum organizacji, podanych na dole slajdu.  
Materiał jest w objęty licencją Creative Commons 

Ten projekt został zrealizowany przy wsparciu finansowym Komisji Europejskiej.  
Publikacje w ramach tego projektu odzwierciedlają jedynie stanowisko ich autorów i Komisja Europejska  
nie ponosi odpowiedzialności za umieszczoną w nich zawartość merytoryczną.

