



# Program Uczenie się przez całe życie

## Projekt SKILLS



# SŁUPY ZŁOŻONE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# EFEKTY KSZTAŁCENIA

- **Specyfika projektowania słupów złożonych**
- **Procedura projektowania słupów złożonych**
- **Projektowanie elementów złożonych bliskogałęziowych**

# SPIS TREŚCI

- **Wprowadzenie**
- **Szczegóły konstrukcyjne**
- **Modele obliczeniowe**
  - ✓ Postanowienia ogólne
  - ✓ Słupy złożone skratowane
  - ✓ Słupy złożone z przewiązkami
- **Elementy złożone bliskogałęziowe**
  - ✓ Postanowienia ogólne
  - ✓ Metoda przybliżona
- **Przykład obliczeniowy**
- **Podsumowanie**

# WPROWADZENIE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

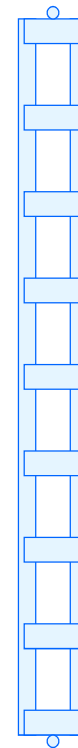
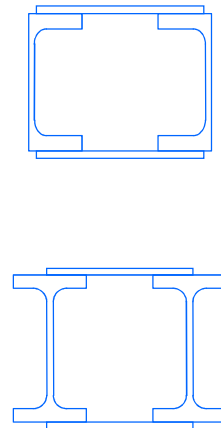
# WPROWADZENIE

- 2 typy słupów złożonych:

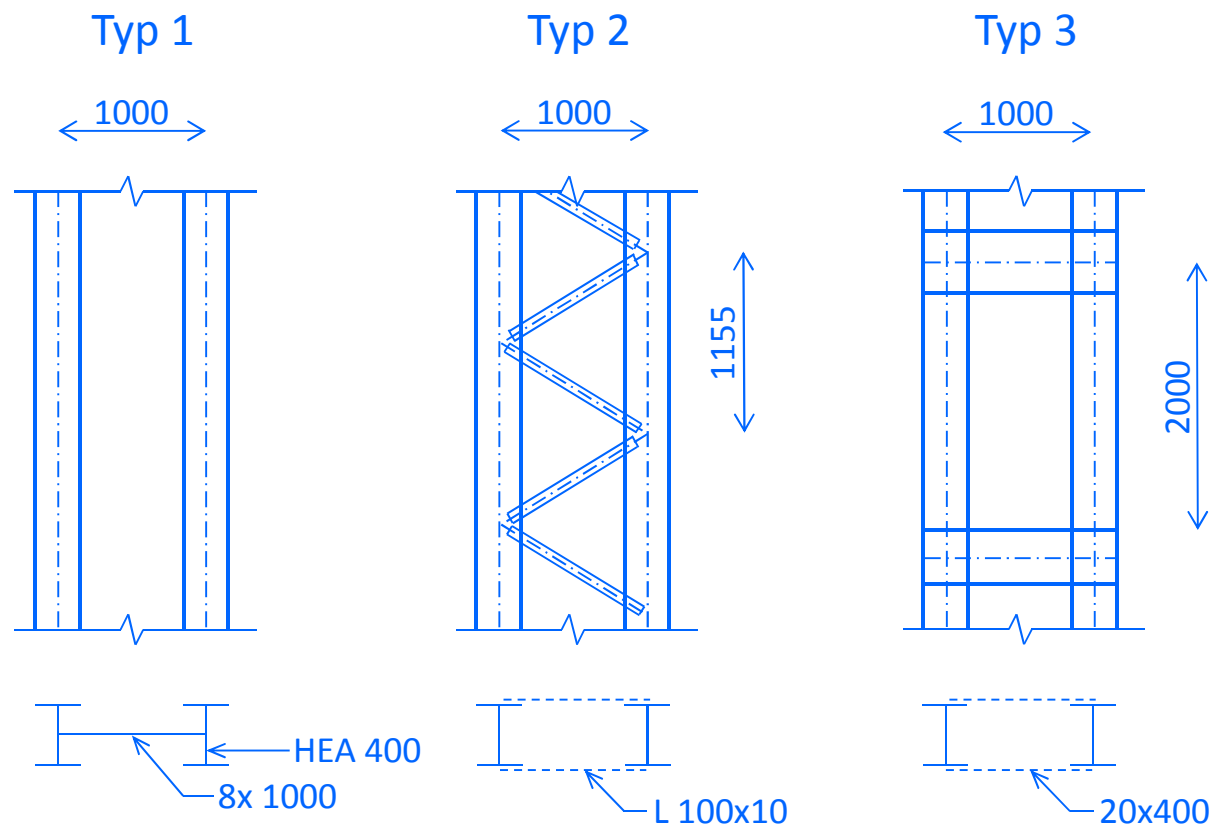
Słupy złożone skratowane



Słupy złożone z przewiązkami



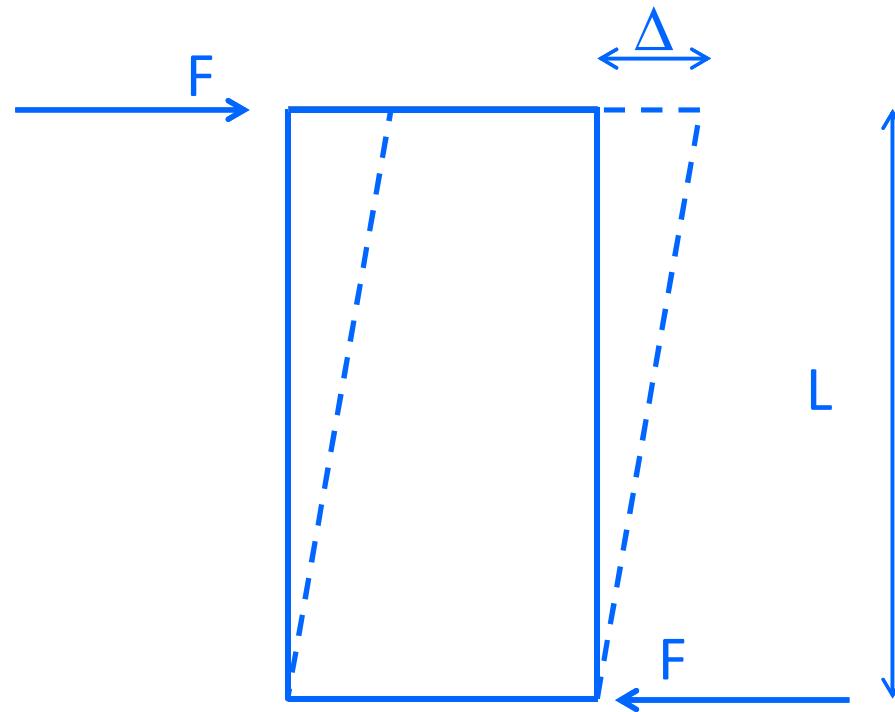
# WPROWADZENIE



Słup złożony	Sztywność postaciowa [kN]
Typ 1	615000
Typ 2	288000
Typ 3	73000

# WPROWADZENIE

- Sztywność postaciowa przedziału:  $S_v = F \frac{\Delta}{L}$





# WPROWADZENIE

- Zjawiska korzystne:
  - ✓ Zmniejszenie masy
  - ✓ Zwiększenie sztywności giętnej
  - ✓ Efekt architektoniczny
  
- Zjawiska niekorzystne:
  - ✓ Dodatkowe koszty wykonania połączeń
  - ✓ Zwiększone koszty zabezpieczeń antykorozyjnych

# WPROWADZENIE

- Modelowanie w projektowaniu wspomaganym komputerowo
  - ✓ Słup złożony modelowany pojedynczym elementem prętowym o zastępczych cechach przekroju
    - Pole przekroju  $2 \times A_{ch}$  = Pole przekroju gałęzi
    - Moment bezwładności przekroju względem osi niemateriałowej =  $I_{eff}$
    - Moment bezwładności przekroju względem osi materiałowej =  $2 \times I_{y,ch}$
    - Sztywność postaciowa  $S_v$
    - Korzyść: Prostota modelowania
  - ✓ Słup złożony modelowany jako dyskretny układ prętowy o rzeczywistych cechach przekroju
    - Korzyść: Możliwość wyznaczenia sił i momentów wewnętrznych w elementach składowych słupa złożonego

# SZCZEGÓŁY KONSTRUKCYJNE



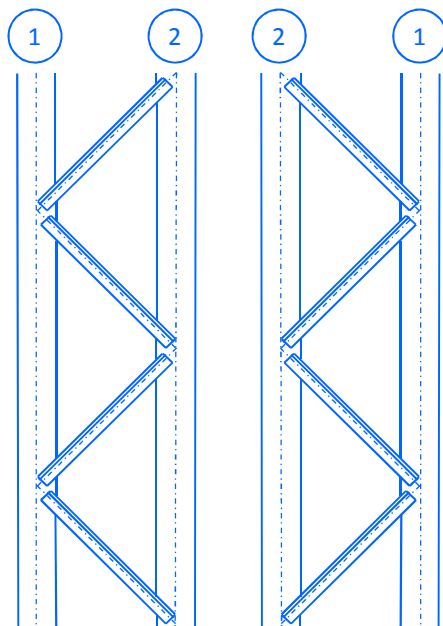
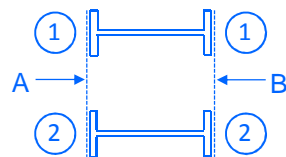
Program  
Uczenie się  
przez całe życie

## Zakres stosowania

- Podparcie przegubowe na obu końcach
- Pasy równoległe
- Jednakowe przedziały skratowania lub przewiązek
- Co najmniej 3 przedziały elementu złożonego

# SZCZEGÓŁY KONSTRUKCYJNE

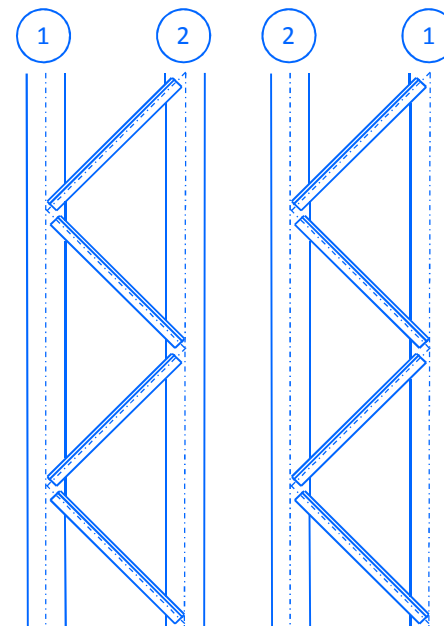
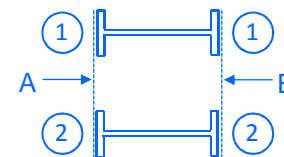
A – Zgodny układ skratowania



Skratowanie w ścianie A

Skratowanie w ścianie B

B – Przeciwny układ skratowania



Skratowanie w ścianie A

Skratowanie w ścianie B

# SZCZEGÓŁY KONSTRUKCYJNE



Skratowanie  
typu N



Skratowanie  
typu V



Skratowanie  
typu X



## Stosowane przekroje

- Gałęzie:
  - ✓ Dwuteownik
  - ✓ Ceownik
- Elementy powiązania słupów skratowanych
  - ✓ Kątowniki
- Elementy powiązania słupów z przewiązkami
  - ✓ Płaskowniki (blachy)

# MODELE OBLICZENIOWE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie



# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

- Sekwencja obliczeń
  - ✓ Cechy geometryczno-wytrzymałościowe przekroju złożonego
  - ✓ Siła krytyczna słupa złożonego
  - ✓ Maksymalna wartość globalnego momentu zginającego
  - ✓ Maksymalna wartość siły podłużnej
  - ✓ Maksymalna wartość siły poprzecznej
  - ✓ Sprawdzenie warunków nośności elementów składowych słupa złożonego

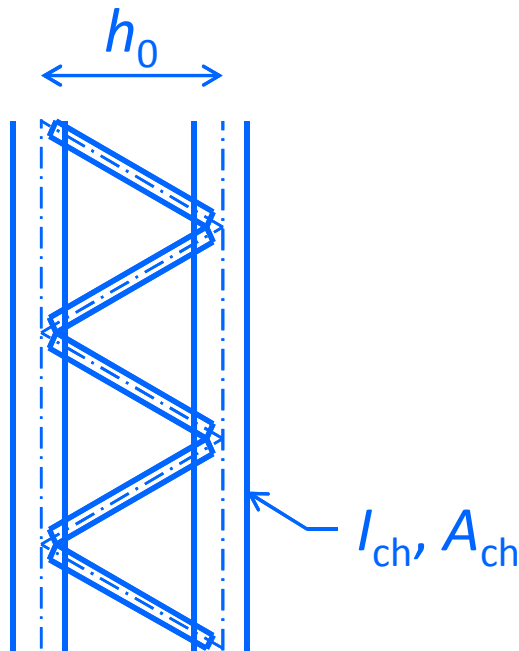
# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

- Cechy geometryczno-wytrzymałościowe przekroju złożonego
- ✓ Skratowane słupy złożone:

Zastępczy moment bezwładności:

$$I_{\text{eff}} = 0,5h_0^2 A_{\text{ch}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.2.1



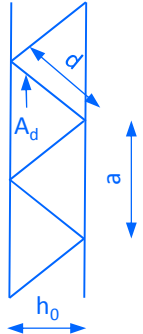
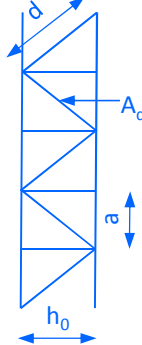
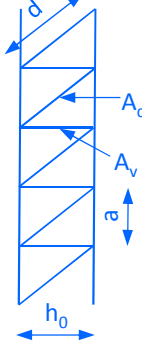
$A_{\text{ch}}$  Pole przekroju pasa

$I_{\text{ch}}$  Moment bezwładności pasa

$H_0$  Osiowy rozstaw pasów

# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

Sztywność postaciowa  $S_V$ : PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1

Skratowanie			
$S_V$	$\frac{nEA_d a h_0^2}{2d^3}$	$\frac{nEA_d a h_0^2}{d^3}$	$\frac{nEA_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0}{A_v d^3} \right]}$
<p><math>n</math> – liczba płaszczyzn skratowania  <math>A_d</math> oraz <math>A_v</math> – pole przekroju prętów skratowania (krzyżulców oraz słupków)</p>			

# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

- ✓ Słupy złożone z przewiązkami:

Zastępczy moment bezwładności przekroju:

$$I_{\text{eff}} = 0,5h_0^2 A_{\text{ch}} + 2\mu I_{\text{ch}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.3.1

Przedział smukłości	Wskaźnik $\mu$
$\lambda \geq 150$	0
$75 < \lambda < 150$	$\mu = 2 - \frac{\lambda}{75}$
$\lambda \leq 75$	1,0
gdzie: $\lambda = \frac{L}{i_0}$ $i_0 = \sqrt{\frac{I_1}{2A_{\text{ch}}}}$ $I_1 = 0,5h_0^2 A_{\text{ch}} + 2I_{\text{ch}}$	

# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

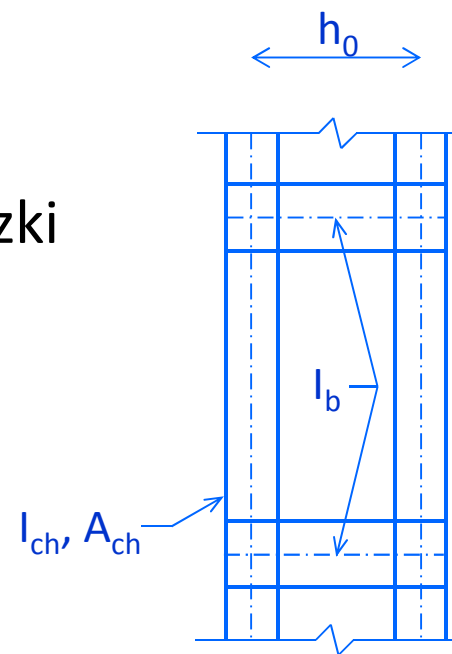
✓ Słupy złożone z przewiązkami:

Sztywność postaciowa:

$$S_v = \frac{24EI_{ch}}{a^2 \left[ 1 + \frac{2I_{ch}}{nl_b} \frac{h_0}{a} \right]} \leq \frac{2\pi^2 EI_{ch}}{a^2}$$

$I_b$ : moment bezwładności przewiązki

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.3.1



# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

- Siła krytyczna słupa złożonego:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{L^2}$$

- Maksymalna wartość globalnego momentu zginającego

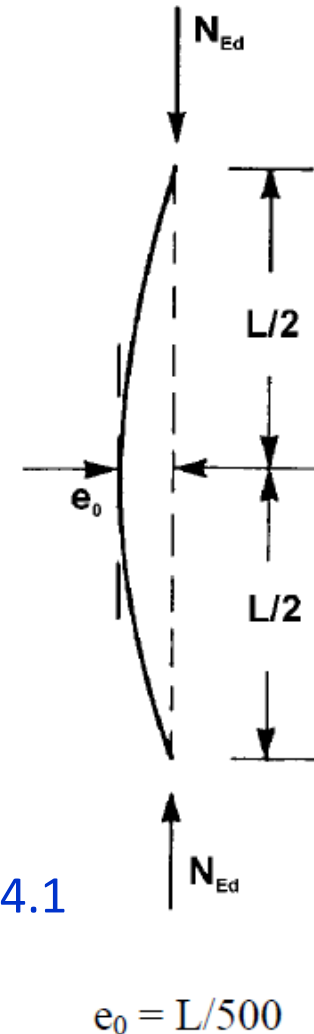
$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} e_0 + M'_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

EN 1993-1-1 § 6.4.1

- Maksymalna wartość siły ściskającej w pasie

$$N_{ch,Ed} = 0,5N_{Ed} + \frac{M_{Ed} h_0 A_{ch}}{2I_{eff}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1



# MODELE OBLICZENIOWE – POSTANOWIENIA OGÓLNE

➤ Maksymalna wartość siły poprzecznej:

✓ Ściskanie elementu z imperfekcją ( $M'_{Ed} = 0$ )

$$V_{Ed} = \pi \frac{M_{Ed}}{L}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1

✓

Uwaga:

W przypadku elementu złożonego ściskanego i zginanego powyższa zależność **nie ma zastosowania**.

Siłę poprzeczną należy obliczyć od imperfekcji i obciążeń zewnętrznych.

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE

- Sprawdzenie nośności elementów składowych
  - ✓ Stateczność giętą pasa:

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.1

Długość wyboczeniowa przy wyboczeniu:

w płaszczyźnie: przekroje I lub H:      0,9  $a$   
                                         inne przekroje :      1,0  $a$

z płaszczyzny:      odległość między punktami  
                                         bocznego podparcia



# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE

- ✓ Stateczność giętna ściskanych prętów skratowania (kątowniki):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.1

Długość wyboczeniowa i smukłość:

połączenie spawane lub co najmniej 2 łączniki w połączeniu na śruby

$$L_{cr} = L$$

$$\bar{\lambda}_{min} = \bar{\lambda}_{eff,v} = 0,35 + 0,7\bar{\lambda}_v$$

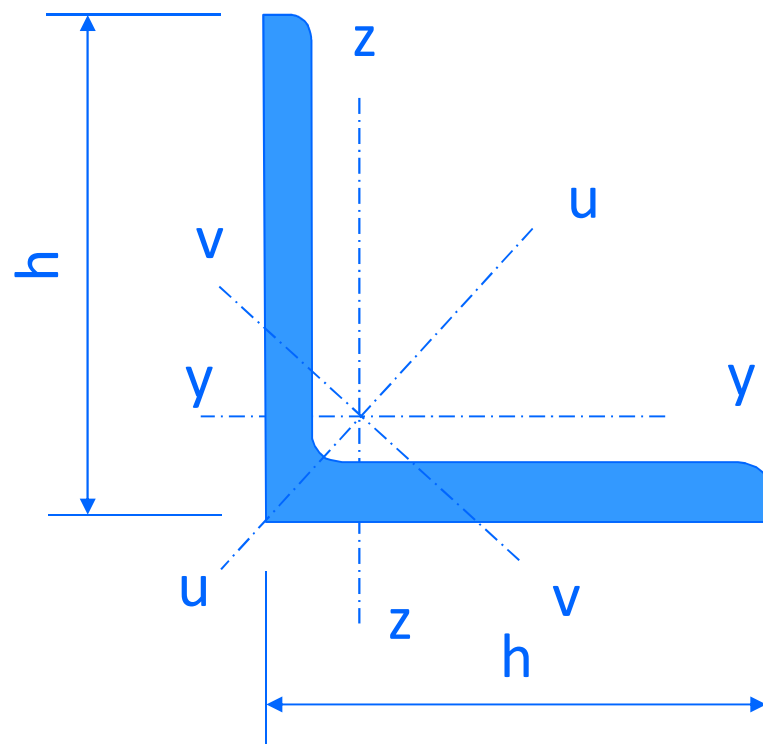
PN-EN 1993-1-1 BB § 1.2

1 łącznik w połączeniu na śruby

$$L_{cr} = L$$

$$\bar{\lambda}_{min} = \bar{\lambda}_v$$

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE



# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE

- ✓ Sprawdzenie nośności prętów skratowania – krzyżulce rozciągane:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.3

Połączenia spawane: 
$$N_{t,Rd} = N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

Połączenia na śruby: sprawdzenie w zależności od kategorii połączenia śrubowego.

**Kategoria A** połączenia: Ścinanie i docisk w stanie granicznym nośności

**Kategoria B** połączenia: Poślizg w stanie granicznym użytkowości

**Kategoria C** połączenia: Poślizg w stanie granicznym nośności

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE

## Połączenia kategorii A, B i C:

$$N_{t,Rd} = \text{Min}(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.3

$$N_{pl,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.3

1 śruba	2 śruby	Co najmniej 3 śruby
$N_{u,Rd} = \frac{2,0(e_2 - 0,5d_0)tf_u}{\gamma_{M2}}$	$N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$	$N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$

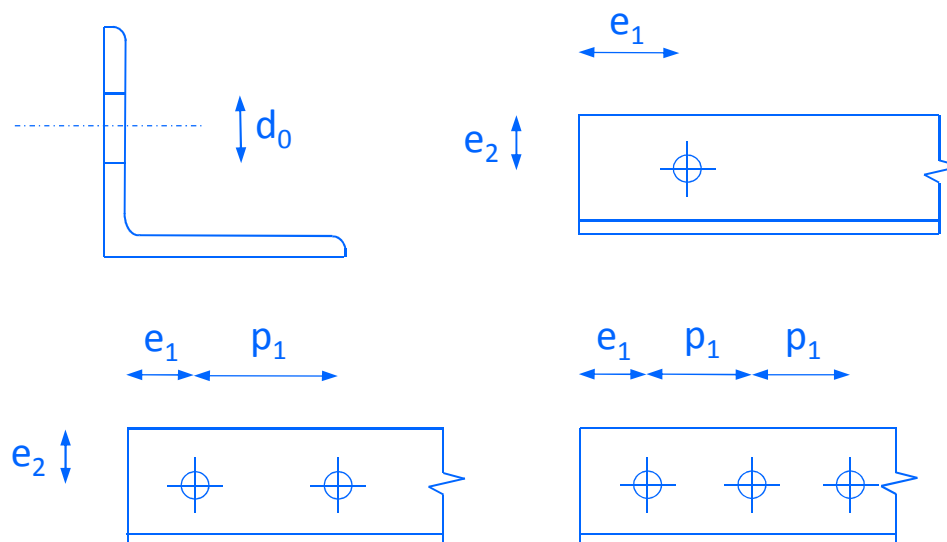
PN-EN 1993-1-8 § 3.10.3

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY SKRATOWANE

Współczynniki  $\beta_2$  i  $\beta_3$ :

PN-EN 1993-1-8 § 3.10.3

Rozstaw $p_1$	$\leq 2,5 d_0$	$\geq 5,0 d_0$
2 śruby $\beta_2$	0,4	0,7
Co najmniej 3 śruby $\beta_3$	0,5	0,7



## Dodatkowe sprawdzenie połączeń kategorii C:

$$N_{\text{net,Rd}} \leq N_{\text{Ed}}$$

$$N_{\text{net,Rd}} = \frac{A_{\text{net}} f_y}{\gamma_{\text{M0}}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.3

$$A_{\text{net}} = A_{\text{gross}} - t n d_0$$

gdzie: t: grubość ramienia kątownika  
n: liczba otworów w przekroju osłabionym  
d<sub>0</sub>: średnica otworów

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY Z PRZEWIĄZKAMI

✓ Sprawdzenie nośności pasa

- Stateczność giętą przy wyboczeniu prostopadle do płaszczyzn przewiązek.

Długość wyboczeniowa = odległość między punktami bocznego podparcia

Stateczność pasa osiowo ściskanego

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.1

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY Z PRZEWIĄZKAMI

- Nośność pasa z uwagi na wyboczenie giętne w płaszczyźnie przewiązek.

Długość wyboczeniowa = rozstaw przewiązek

Pas ściskany i zginany

$$\frac{\frac{N_{ch,Ed}}{\chi_y N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{\frac{M_{ch,Ed}}{M_{Rk}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \qquad \frac{\frac{N_{ch,Ed}}{\chi_z N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{\frac{M_{ch,Ed}}{M_{Rk}}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.3

+ Sprawdzenie w przekroju przywęzłowym



# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY Z PRZEWIĄZKAMI

- ✓ Sprawdzenie prężyć

Ścinanie:

$$\frac{V_{\text{batten,Ed}}}{V_{\text{c,Rd}}} \leq 1$$
$$V_{\text{c,Rd}} = V_{\text{pl,Rd}} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6

Zginanie ze zwichrzeniem:

$$\frac{M_{\text{batten,Ed}}}{M_{\text{b,Rd}}} \leq 1$$
$$M_{\text{b,Rd}} = \chi_{\text{LT}} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.1

# MODELE OBLICZENIOWE – SŁUPY Z PRZEWIĄZKAMI

Siła podłużna i moment zginający w pasie:

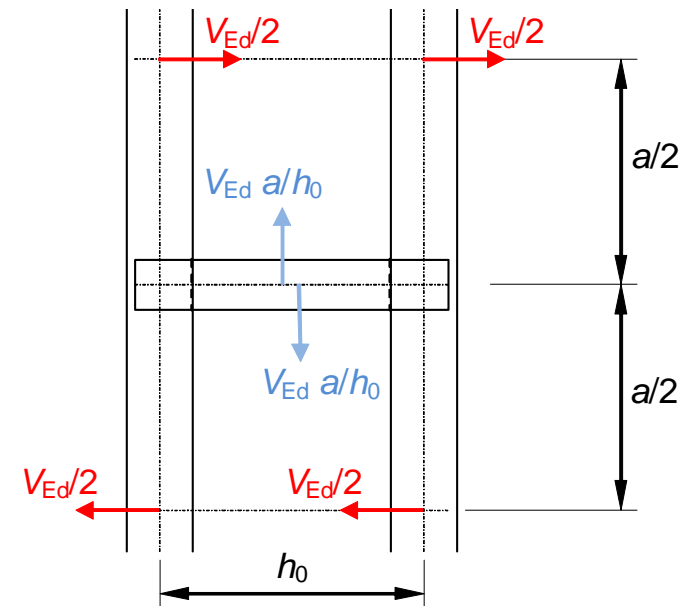
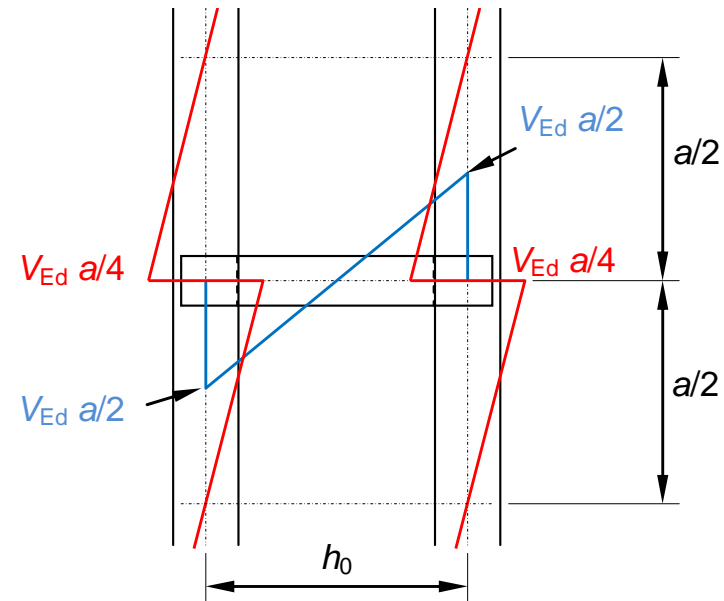
$$N_{ch,Ed} = 0,5N_{Ed} + \frac{M_{Ed}h_0A_{ch}}{2I_{eff}}$$

$$M_{ch,Ed} = V_{Ed} \frac{a}{4}$$

Siła poprzeczna i moment zginający w przewiązce:

$$V_{batten,Ed} = V_{Ed} \frac{a}{h_0}$$

$$M_{batten,Ed} = V_{Ed} \frac{a}{2}$$



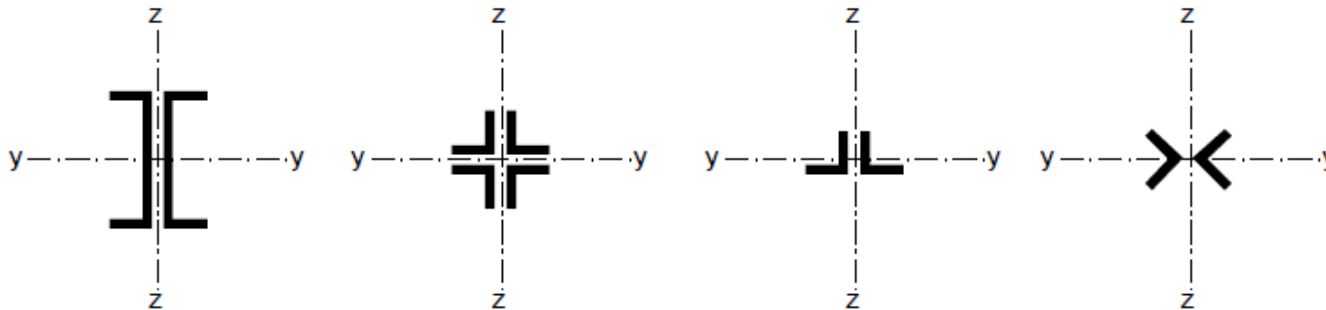
# ELEMENTY ZŁOŻONE BLISKOGAŁĘZIOWE



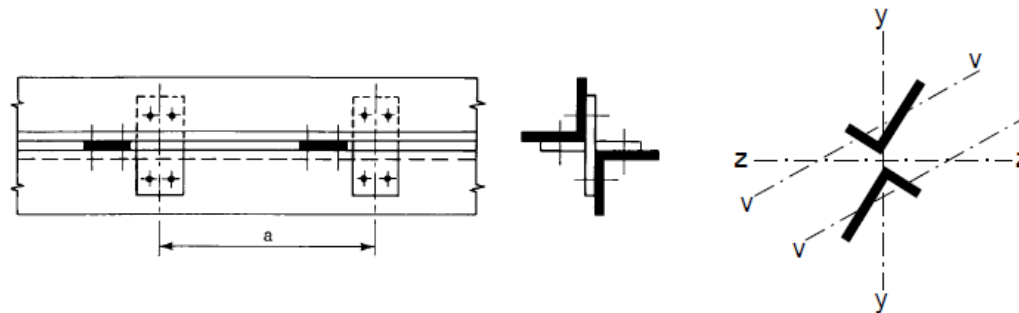
Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– POSTANOWIENIA OGÓLNE

- Typ 1: Połączenie gałęzi przewiązkami przylgowymi



- Typ 2: Połączenie gałęzi parami przewiązek ustawionych krzyżowo



# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– POSTANOWIENIA OGÓLNE

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.4

➤ Założenia do obliczeń

- ✓ Sztywność postaciowa równa nieskończoności pod warunkiem, że rozstaw złączy spawanych lub śrubowych spełnienia niżej podane warunki:

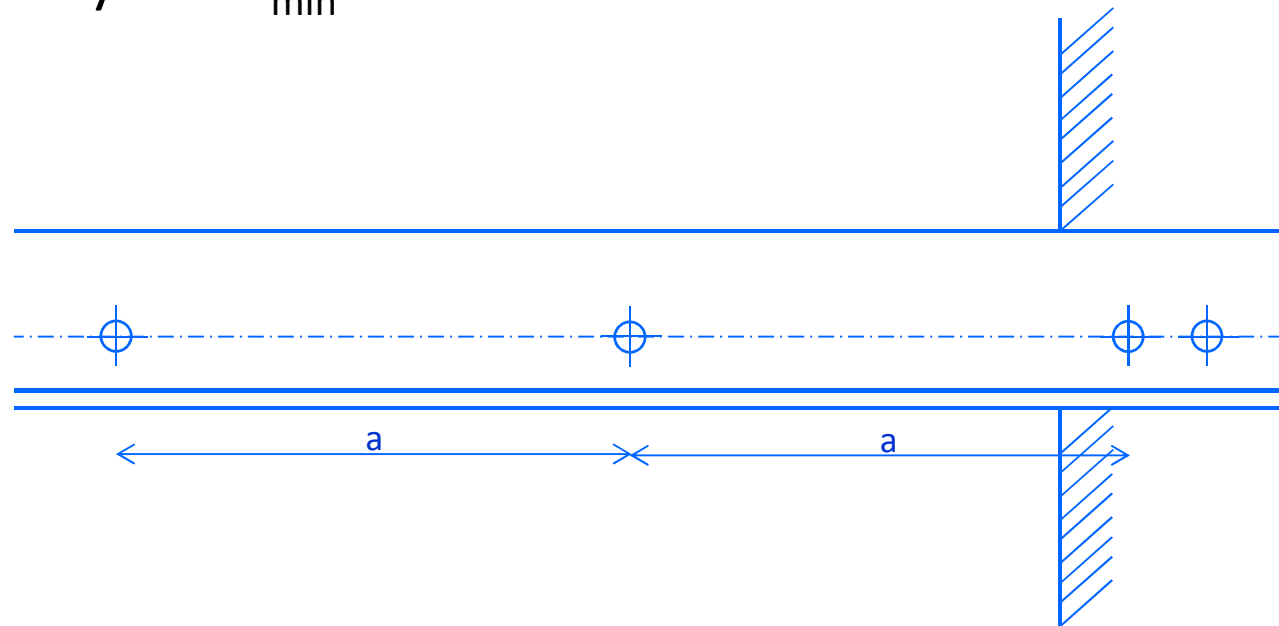
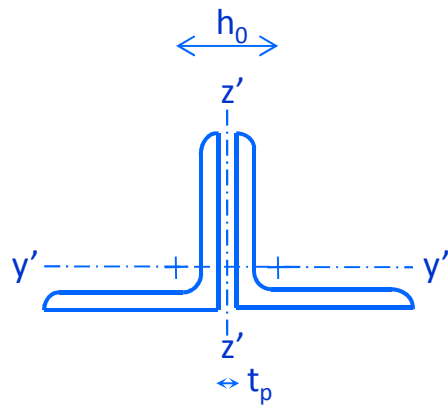
Typ	Maksymalny rozstaw
1	$15i_{\min}$
2	$70i_{\min}$

- ✓ Sprawdzenie nośności jak dla pręta pojedynczego
- ✓ W przypadku, gdy maksymalny rozstaw złączy jest przekroczony
  - Podatność na ścinanie powinna być uwzględniona w obliczeniach

# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

- Uproszczona procedura obliczeniowa – przekroje złożone z 2 kątowników równoramiennych (według [3])

gdy rozstaw złączy  $> 15 i_{\min}$ .



# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

## ✓ Zakres stosowania

Rozstaw przewiązek przylgowych  $a$ :  $15i_{\min} \dots 50 i_{\min}$

Liczba przewiązek przylgowych: 2 ... 5

Szerokość ramienia kątownika  $b$ : 50 mm ... 200 mm

Grubość ramienia kątownika  $t$ :  $0,1b$

Grubość przewiązki przylgowej:  $0,8t \dots 2t$

Smukłość względna względem osi  $z'-z'$ :  $\leq 1,80$

# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

✓ Procedura obliczeniowa:

Moment bezwładności względem osi z'-z':

$$I_{z'} = 0,5h_0^2 A_{ch} + 2I_{ch}$$

Siła ktytyczna przy wyboczeniu względem osi z'-z':

$$N_{cr,z'} = \frac{\pi^2 E I_{z'}}{L^2}$$

Smukłość względna względem osi z'-z':

$$\bar{\lambda}_{z'} = \sqrt{\frac{2A_{ch} f_y}{N_{cr,z'}}$$



# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

Zastępcza smukłość względna względem osi  $z'-z'$   $\bar{\lambda}_{eff}$  :

Liczba przewiązek przylgowych	S235	S355
2	$0,18\bar{\lambda}_{z'}^2 + 0,77\bar{\lambda}_{z'} + 0,39$	$0,86\bar{\lambda}_{z'}^2 - 0,18\bar{\lambda}_{z'} + 0,66$
3	$0,32\bar{\lambda}_{z'}^2 + 0,52\bar{\lambda}_{z'} + 0,41$	$0,66\bar{\lambda}_{z'}^2 - 0,16\bar{\lambda}_{z'} + 0,66$
4	$0,56\bar{\lambda}_{z'}^2 + 0,17\bar{\lambda}_{z'} + 0,48$	$0,65\bar{\lambda}_{z'}^2 - 0,21\bar{\lambda}_{z'} + 0,67$
5	$0,69\bar{\lambda}_{z'}^2 - 0,05\bar{\lambda}_{z'} + 0,53$	$0,69\bar{\lambda}_{z'}^2 - 0,31\bar{\lambda}_{z'} + 0,70$

# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

Moment bezwładności względem osi  $y'-y'$ :

$$I_{y'} = 2I_{ch}$$

Siła krytyczna przy wyboczeniu względem osi  $y'-y'$ :

$$N_{cr,y'} = \frac{\pi^2 EI_{y'}}{L_{cr,y'}^2}$$

Smukłość względna względem osi  $y'-y'$ :

$$\bar{\lambda}_{y'} = \sqrt{\frac{2A_{ch}f_y}{N_{cr,y'}}$$

# ELEMENTY BLISKOGAŁĘZIOWE– METODA PRZYBLIŻONA

Wybór smukłości względnej miarodajnej do sprawdzenia nośności elementu bliskogałęziowego:

$$\bar{\lambda}_{\max} = \text{Max}(\bar{\lambda}_{\text{eff}}, \bar{\lambda}_{y'})$$

Parametr imperfekcji krzywej wyboczeniowej:

$$\alpha = 0,34$$

Kryterium nośności:

$$N_{\text{Ed}} \leq \frac{\chi(2A_{\text{ch}})f_y}{\gamma_{\text{M1}}}$$

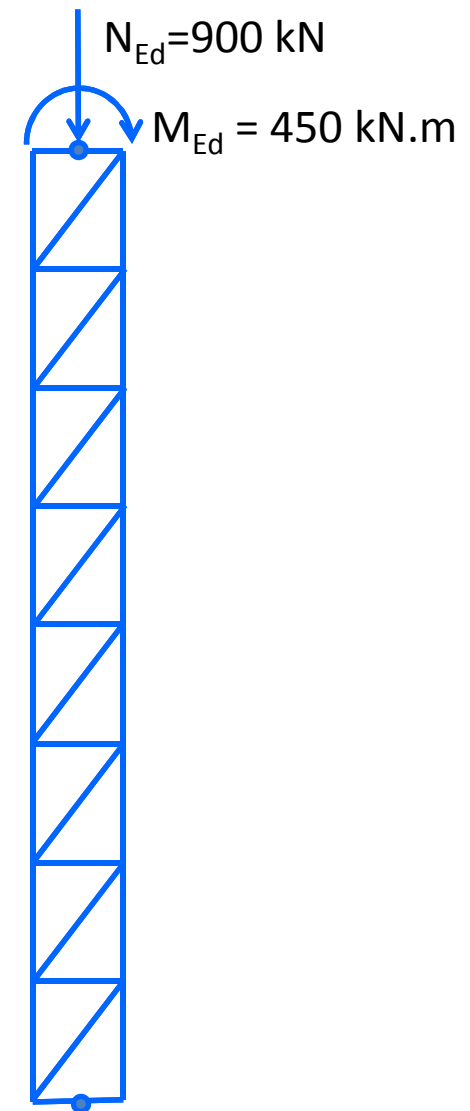
# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY



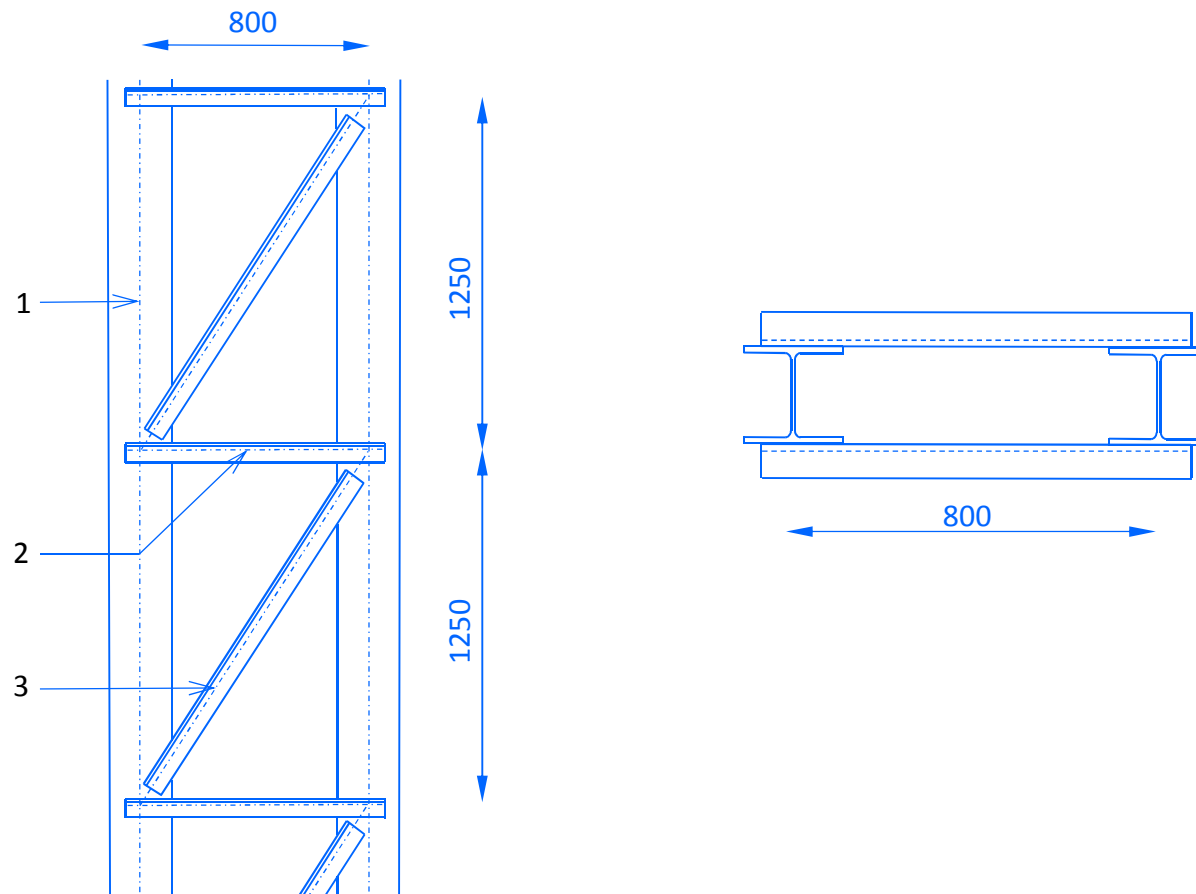
Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – GEOMETRIA

- Wysokość: 10m
- Obciążenie:
  - ✓ Siła podłużna: 900 kN
  - ✓ Moment zginający: 450 kN.m



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – GEOMETRIA



1. Pasy (gałęzie): HEA 240

2. Słupki: Kątowniki równoramienne 80 x 80 x 8

3. Krzyżulce: Kątowniki równoramienne 90 x 90 x 9

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – CECHY GEOMETRYCZNE

➤ Pasy **HEA 240 – S355**

✓  $A_{ch} = 76,8 \text{ cm}^2$        $a = 125 \text{ cm}$

✓  $i_y = 10,05 \text{ cm}$        $i_z = 6,0 \text{ cm}$

➤ Słupki **Kątowniki L 80 x 80 x 8 – S355**

✓  $A_V = 12,27 \text{ cm}^2$        $h_0 = 80 \text{ cm}$

✓  $i_y = i_z = 2,43 \text{ cm}$        $i_u = 3,06 \text{ cm}$        $i_v = 1,56 \text{ cm}$

➤ Krzyżulce **Kątowniki L 90 x 90 x 9 – S355**

✓  $A_D = 15,52 \text{ cm}^2$        $d = 148 \text{ cm}$

✓  $i_y = i_z = 2,73 \text{ cm}$        $i_u = 3,44 \text{ cm}$        $i_v = 1,75 \text{ cm}$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SŁUP ZŁOŻONY

- Zastępczy moment bezwładności słupa złożonego

$$I_{\text{eff}} = 0,5h_0^2 A_{\text{ch}} \quad \text{PN-EN 1993-1-1 § 6.4.2.1}$$

$$I_{\text{eff}} = 0,5 \times 800^2 \times 7680 \times 10^{-4} = 245760 \text{ cm}^4$$

- Siła krytyczna

$$N_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{eff}}}{L^2} \quad \text{PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1}$$

$$N_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 245760 \times 10^4}{10000^2} \times 10^{-3} = 50937 \text{ kN}$$



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SŁUP ZŁOŻONY

➤ Sztywność postaciowa

$$S_v = \frac{nEA_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.2.1

$$S_v = \frac{2 \times 210000 \times 1552 \times 1250 \times 800^2}{1480^3 \left[ 1 + \frac{1552 \times 800^3}{1227 \times 1480^3} \right]} \times 10^{-3} = 134075 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SIŁY I MOMENTY WEWNĘTRZNE

- Maksymalna wartość globalnego momentu zginającego:
  - ✓ Imperfekcja geometryczna:

$$e_0 = \frac{10000}{500} = 20 \text{ mm}$$

- ✓ Globalny moment zginający:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} e_0 + M'_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1

$$M_{Ed} = \frac{900 \times 20 + 450 \times 10^3}{1 - \frac{900}{50937} - \frac{900}{134100}} \times 10^{-3} = 479,7 \text{ kNm}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SIŁY I MOMENTY WEWNĘTRZNE

➤ Maksymalna wartość siły podłużnej w pasie

✓ Klasa przekroju:

Klasa 1

PN-EN 1993-1-1 §5.6 Tablica 5.2

✓ Maksymalna wartość siły podłużnej w pasie:

$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{Ed}}{2} + \frac{M_{Ed} h_0 A_{ch}}{2I_{eff}} \quad \text{PN-EN 1993-1-1 § 6.4.1}$$

$$N_{ch,Ed} = \frac{900}{2} + \frac{479700 \times 800 \times 7680}{2 \times 245760 \times 10^4} = 1049,6 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SIŁY I MOMENTY WEWNĘTRZNE

➤ Maksymalna wartość siły poprzecznej:

✓ Siła poprzeczna wywołana ściskaniem słupa z imperfekcją geometryczną

$$V_{Ed,1} = \pi \frac{M_{Ed}}{L} = \pi \frac{N_{Ed} e_0}{L} \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

✓ Siła poprzeczna wywołana zginaniem słupa momentem od obciążenia zewnętrznego

$$V_{Ed,2} = \frac{M_{Ed}}{L} = \frac{M'_{Ed}}{L} \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

✓ Maksymalna siła poprzeczna  $V_{Ed} = V_{Ed,1} + V_{Ed,2}$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – SIŁY I MOMENTY WEWNĘTRZNE

➤ Maksymalna siła poprzeczna:

✓ Siła poprzeczna wywołana ściskaniem słupa z imperfekcją geometryczną

$$V_{Ed,1} = \pi \frac{900 \times 20}{10000} \frac{1}{1 - \frac{900}{50937} - \frac{900}{134100}} = 5,80 \text{ kN}$$

✓ Siła poprzeczna wywołana zginaniem słupa momentem od obciążenia zewnętrznego

$$V_{Ed,2} = \frac{450 \times 10^3}{10000} \frac{1}{1 - \frac{900}{50937} - \frac{900}{134100}} = 46,12 \text{ kN}$$

✓ Maksymalna siła poprzeczna  $V_{Ed} = 5,80 + 46,12 = 51,92 \text{ kN}$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ PASÓW

- Wyboczenie pasów prostopadle do płaszczyzny przewiązek
  - ✓ Smukłość względna

$$\lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} = \frac{10000}{100,5} = 99,5$$

$$\lambda_1 = 93,9\varepsilon = 93,9 \times 0,81 = 76,06$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.3

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{99,5}{76,06} = 1,31$$

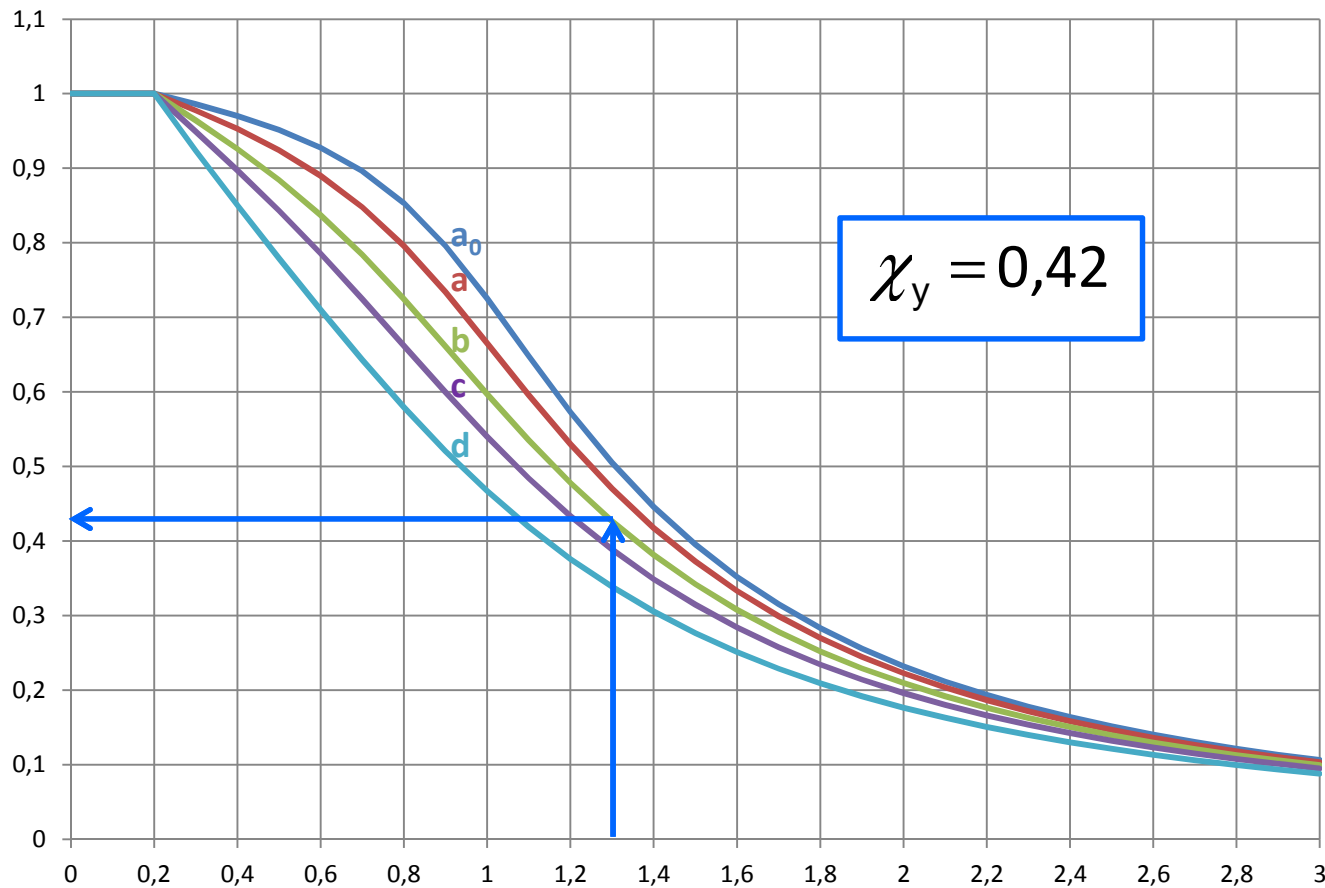
- ✓ Krzywa wyboczeniowa

$$\left. \begin{array}{l} h/b \leq 1,2 \\ t_f < 100\text{mm} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Krzywa wyboczeniowa b}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ PASÓW

✓ Współczynnik wyboczeniowy



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ PASÓW

✓ Obliczeniowa nośność pasa na wyboczenie

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y A_{ch} f_y}{\gamma_{M1}}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.1

$$N_{b,y,Rd} = \frac{0,42 \times 7680 \times 355}{1,0} \times 10^{-3} = 1145 \text{ kN}$$

✓ Kryterium nośności

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,y,Rd}} = \frac{1049,6}{1145} = 0,92 < 1$$



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ PASÓW

➤ Wyboczenie pasów w płaszczyźnie przewiązek:

✓ Smukłość względna

$$\lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z} = \frac{0,9 \times 1250}{60} = 18,75$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{18,75}{76,06} = 0,25$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.3

✓ Krzywa wyboczeniowa

$$\left. \begin{array}{l} h/b \leq 1,2 \\ t_f < 100\text{mm} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Krzywa wyboczeniowa c}$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.3.1.2

✓ Współczynnik wyboczeniowy  $\chi_z = 0,97$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ PASÓW

✓ Obliczeniowa nośność na wyboczenie

$$N_{b,z,Rd} = \frac{\chi_z A_{ch} f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,z,Rd} = \frac{0,97 \times 7680 \times 355}{1,0} \times 10^{-3} = 2645 \text{ kN}$$

✓ Kryterium nośności

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,z,Rd}} = \frac{1049,6}{2645} = 0,40 < 1$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ KRZYŻULCÓW

➤ Wyboczenie krzyżulców

✓ Klasa przekroju

$$\frac{h}{t} \leq 15\varepsilon \quad \text{oraz} \quad \frac{b+h}{2t} \leq 11,5\varepsilon \quad \text{PN-EN 1993-1-1 §5.6 Tablica 5.2}$$

$$\frac{90}{9} = 10 \leq 15 \times 0,81 = 12,15$$

$$\frac{90+90}{2 \times 90} = 10 \geq 11,5\varepsilon = 9,3$$

✓ Przekrój klasy 4

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ KRZYŻULCÓW

➤ Wyboczenie krzyżulców

✓ Obliczenie przekroju efektywnego

Współczynnik niestateczności miejscowej

$$k_{\sigma} = 4,0$$

PN-EN 1993-1-5 §4.4 Tablica 4.1

Względna smukłość płytowa i współczynnik niestateczności

$$\bar{\lambda}_p = \frac{h/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_{\sigma}}} = \frac{90/9}{28,4 \times 0,81 \times \sqrt{4}} = 0,22 < 0,748$$

$$\rho = 1,0$$

PN-EN 1993-1-5 §4.4 (4.3)

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ KRZYŻULCÓW

➤ Wyboczenie krzyżulców

✓ Maksymalna siła ściskająca w krzyżulcu

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed} \cos \varphi}{n} = \frac{V_{Ed} d}{n h_0}$$

$$N_{d,Ed} = \frac{51,9 \times 1480}{2 \times 800} = 48 \text{ kN}$$

✓ Smukłość

$$\lambda_v = \frac{d}{i_v} = \frac{1480}{17,5} = 84,57$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ KRZYŻULCÓW

- ✓ Zastępcza smukłość względna

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},v} = 0,35 + 0,7\bar{\lambda}_v$$

PN-EN 1993-1-1 BB § 1.2

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},v} = 0,35 + 0,7 \times 1,11 = 1,13$$

- ✓ Współczynnik wyboczeniowy (krzywa wyboczeniowa b)

$$\chi_v = 0,52$$

- ✓ Obliczeniowa nośność na wyboczenie

$$N_{b,v,Rd} = \frac{0,52 \times 1552 \times 355}{1,0} \times 10^{-3} = 286,5 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – STATECZNOŚĆ SŁUPKÓW

✓ Kryterium nośności krzyżulca

$$\frac{N_{d,Ed}}{N_{b,v,Rd}} = \frac{48}{286,5} = 0,17 < 1$$

➤ Wyboczenie słupków (przekrój klasy 4,  $\rho = 1,0$ )

$$N_{p,Ed} = V_{Ed} = 51,9 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},v} = 0,822 \rightarrow \chi_v = 0,712$$

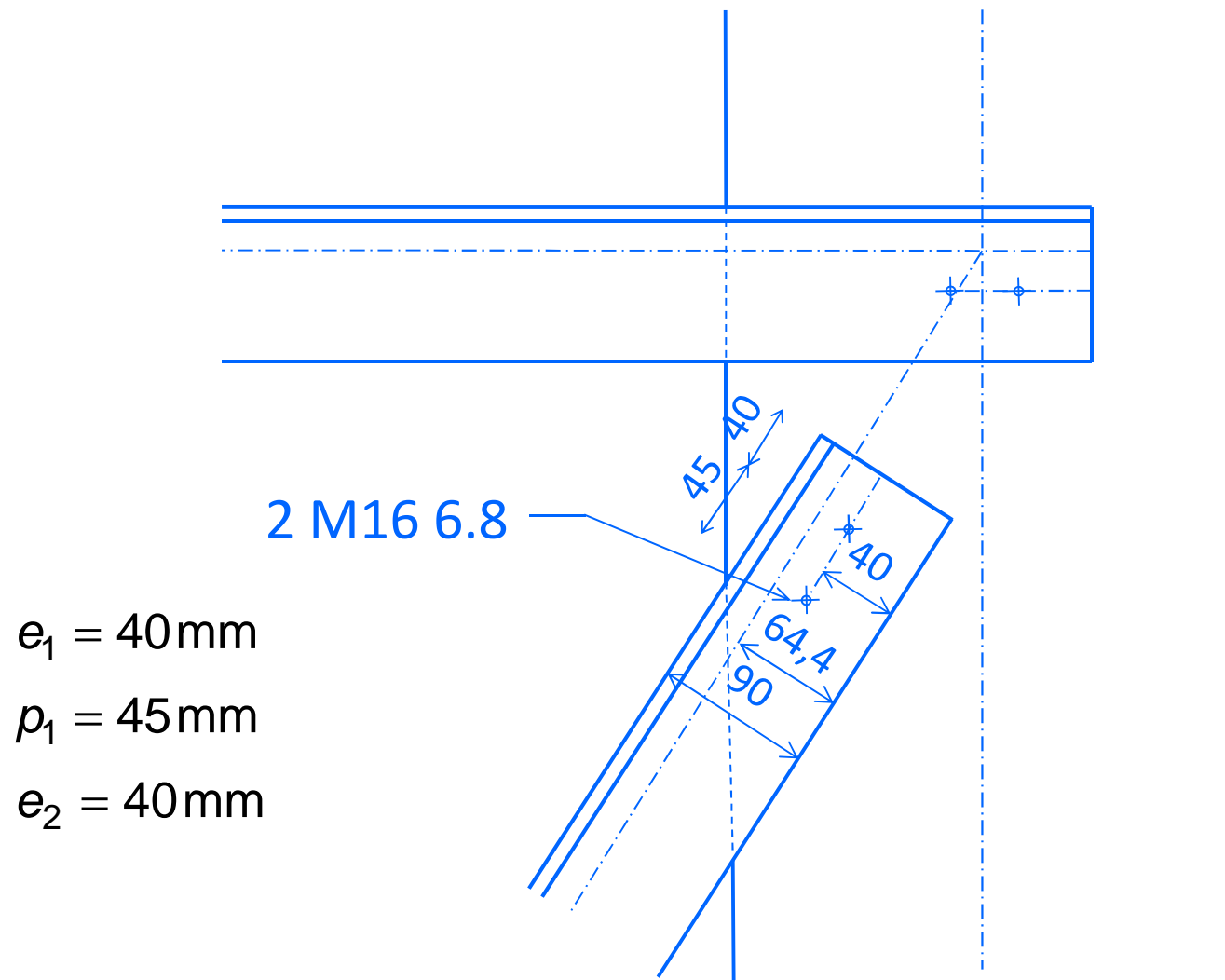
$$N_{b,v,Rd} = 310 \text{ kN}$$

✓ Kryterium nośności słupka

$$\frac{N_{p,Ed}}{N_{b,v,Rd}} = \frac{190}{310} = 0,61 < 1$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – KRZYŻULCE ROZCIĄGANE

➤ Kategoria połączenia A





# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – KRZYŻULCE ROZCIĄGANE

## ➤ Krzyżulce rozciągane

✓ Siła podłużna rozciągająca

$$N_{t,Ed} = \frac{V_{Ed} \cos \varphi}{n} = 48 \text{ kN}$$

✓ Obliczeniowa nośność przy rozciąganiu  
(Kategoria połączenia A)

$$N_{t,Rd} = \text{Min}(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

PN-EN 1993-1-1 § 6.2.3

Nośność przy rozciąganiu brutto

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{1552 \times 355}{1,0} \times 10^{-3} = 551 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – KRZYŻULCE ROZCIĄGANE

Nośność przy rozciąganiu netto:

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \quad \text{PN-EN 1993-1-8 § 3.10.3}$$

Pole przekroju osłabionego:

$$A_{net} = A_{gross} - td_0 n$$

$$A_{net} = 1552 \times 10^{-2} - 9 \times 18 \times 1 \times 10^{-2} = 13,9 \text{ cm}^2$$

Współczynnik redukcyjny:

$$\beta_2 = 0,4 \quad \text{PN-EN 1993-1-8 § 3.10.3 Tablica 3.8}$$

Nośność przy rozciąganiu netto:

$$N_{u,Rd} = \frac{0,4 \times 1390 \times 490}{1,25} = 218 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – KRZYŻULCE ROZCIĄGANE

- ✓ Obliczeniowa nośność przy rozciąganiu  
(Kategoria A połączenia)

$$N_{t,Rd} = \text{Min}(551\text{kN}, 218\text{kN}) = 218\text{kN}$$

- ✓ Kryterium nośności

$$\frac{N_{t,Ed}}{N_{t,Rd}} = \frac{48}{218} = 0,22 < 1$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

- Nośność łączników śrubowych

$$F_{v,Ed} \leq F_{v,Rd}$$

PN-EN 1993-1-8 § 3.4.2

$$F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd}$$

- Nośność śruby na ścinanie  $F_{v,Rd}$  :

$$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v f_{ub} A}{\gamma_{M2}}$$

PN-EN 1993-1-8 § 3.6.1

$$F_{v,Rd} = \frac{0,5 \times 600 \times 157}{1,25} \times 10^{-3} = 37,7 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

➤ Nośność na ścinanie grupy łączników:

✓ Uwzględnienie mimośrodowo (według [4]):

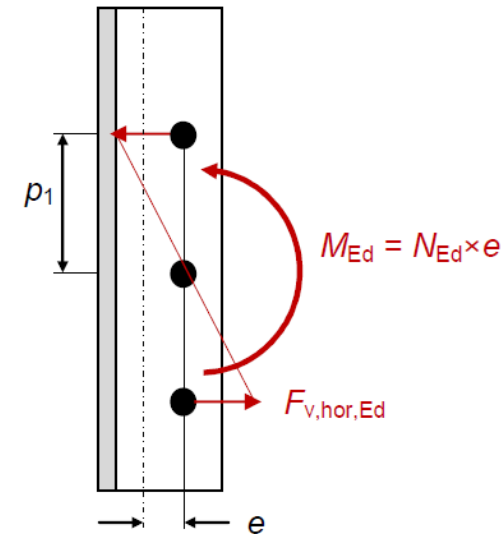
$$N_{S,Rd} = n_1 \times \gamma \times F_{v,Rd}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{6e}{(n_1 + 1)p_1} \right)^2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{6 \times 24,6}{(2 + 1) \times 45} \right)^2}} = 0,69$$

✓ Nośność na ścinanie:

$$N_{S,Rd} = 2 \times 0,69 \times 37,7 = 52,0 \text{ kN}$$



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

➤ Nośność śruby na docisk  $F_{b,Rd}$ :

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \alpha_b f_u d t}{\gamma_{M2}}$$

PN-EN 1993-1-8 § 3.6.1

✓ W kierunku podłużnym

PN-EN 1993-1-8 § 3.6.1 Tablica 3.4

$k_1$  : śruby skrajne:  $k_1 = 2,8 \frac{e_2}{d_0} - 1,7 \leq 2,5$

$$\alpha_b = \text{Min} \left( \alpha_d, \frac{f_{ub}}{f_u}, 1 \right)$$

śruby skrajne:  $\alpha_d = \frac{e_1}{3d_0}$

śruby pośrednie:  $\alpha_d = \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

$k_1$  : śruby skrajne:

$$k_{1e} = 2,8 \times \frac{40}{18} - 1,7 = 4,5 > 2,5$$

$\alpha_b$  : śruba skrajna:

$$\alpha_{de} = \frac{40}{3 \times 18} = 0,74$$

śruba pośrednia:

$$\alpha_{di} = \frac{45}{3 \times 18} - \frac{1}{4} = 0,58$$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

Współczynnik  $f_{ub}/f_u$ :

$$\frac{f_{ub}}{f_u} = \frac{600}{490} = 1,22$$

Współczynnik  $\alpha_b$ :

$$\alpha_b = \text{Min}(0,74 ; 0,58 ; 1,22 ; 1) = 0,58$$

Nośność na docisk  $F_{b,Rd}$  w kierunku podłużnym:

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \times 0,58 \times 490 \times 16 \times 9}{1,25} \times 10^{-3} = 81,5 \text{ kN}$$



# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

✓ W kierunku poprzecznym:

$$k_1 : \text{śruby skrajne: } k_1 = 2,8 \frac{e_1}{d_0} - 1,7 \leq 2,5$$

$$k_{1e} = 2,8 \times \frac{40}{18} - 1,7 = 4,5 > 2,5$$

$$\text{śruby pośrednie: } k_1 = 1,4 \frac{p_1}{d_0} - 1,7 \leq 2,5$$

$$k_{1i} = 1,4 \times \frac{45}{18} - 1,7 = 1,8 \leq 2,5$$

$$\alpha_b = \text{Min} \left( \alpha_d, \frac{f_{ub}}{f_u}, 1 \right)$$

$$\text{śruby skrajne: } \alpha_d = \frac{e_2}{3d_0}$$
$$\alpha_{de} = \frac{40}{3 \times 18} = 0,74$$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

Współczynnik  $f_{ub}/f_u$ :

$$\frac{f_{ub}}{f_u} = \frac{600}{490} = 1,22$$

Współczynnik  $\alpha_b$ :

$$\alpha_b = \text{Min}(0,74 ; 1,22 ; 1) = 0,74$$

Nośność na docisk  $F_{b,Rd}$  w kierunku poprzecznym:

$$F_{b,tr,Rd} = \frac{1,8 \times 0,74 \times 490 \times 16 \times 9}{1,25} \times 10^{-3} = 75,19 \text{ kN}$$

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

- Nośność na docisk grupy łączników śrubowych (według [4]):

$$N_{b,Rd} = \frac{n_1}{\sqrt{\left(\frac{1}{F_{b,lg,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{\beta_0}{F_{b,tr,Rd}}\right)^2}}$$

$$\beta_0 = \frac{6e}{(n_1 + 1)p_1}$$

$$\beta_0 = \frac{6 \times 24,6}{(2 + 1) \times 45} = 1,09$$

$$N_{b,Rd} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{81,5}\right)^2 + \left(\frac{1,09}{75,19}\right)^2}} = 105,3 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – POŁĄCZENIE KATEGORII A

$$F_{v,Ed} \leq N_{S,Rd}$$

$$48 \text{ kN} \leq 52,0 \text{ kN}$$

$$F_{v,Ed} \leq N_{b,Rd}$$

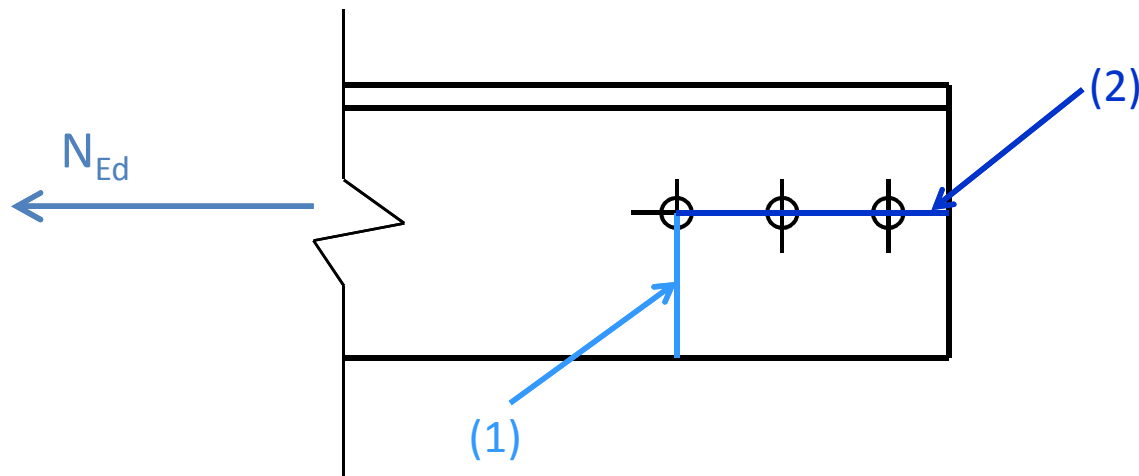
$$48 \text{ kN} \leq 105,3 \text{ kN}$$

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – ROZERWANIE BLOKOWE

- Nośność na rozerwanie blokowe

$$F_{\text{eff},2,\text{Rd}} = \frac{0,5f_u A_{\text{nt}}}{\gamma_{\text{M}2}} + \frac{f_y A_{\text{nv}}}{\sqrt{3}\gamma_{\text{M}0}}$$

PN-EN 1993-1-8 § 3.10.2



- (1) Płaszczyzna ścinania  
(2) Płaszczyzna rozciągania

# PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – ROZERWANIE BLOKOWE

✓ Przekrój rozciągany

$$A_{nt} = 40 \times 9 \times 10^{-2} - \frac{1}{2} \times 18 \times 9 \times 10^{-2} = 2,79 \text{ cm}^2$$

✓ Przekrój ścinany

$$A_{nv} = (40 + 45) \times 9 \times 10^{-2} - 2,5 \times 18 \times 9 \times 10^{-2} = 3,6 \text{ cm}^2$$

✓ Nośność na rozerwanie blokowe

$$F_{\text{eff},2,\text{Rd}} = \frac{0,5 \times 490 \times 279}{1,25} \times 10^{-3} + \frac{355 \times 360}{\sqrt{3} \times 1,0} \times 10^{-3} = 128,5 \text{ kN}$$

✓ Kryterium nośności

$$48 \text{ kN} \leq 128,5 \text{ kN}$$

# PODSUMOWANIE



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# PODSUMOWANIE

- Sprawdzenie nośności ściskanych elementów złożonych przeprowadza się z uwzględnieniem równoważnej imperfekcji geometrycznej o strzałce wygięcia ( $L/500$ ) oraz przy uwzględnieniu efektów II rzędu.
- Należy sprawdzać nośność każdego elementu składowego pręta złożonego (nośność przekroju elementu, nośność elementu na wyboczenie, nośność połączeń).
- Przybliżony sposób postępowania można stosować do prętów złożonych bliskogałęziowych.



# BIBLIOGRAFIA



Program  
Uczenie się  
przez całe życie

# REFERENCES

- [1] PN-EN 1993-1-1 – Eurokod 3 Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [2] PN-EN 1993-1-8 – Eurokod 3 Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-8: Projektowanie węzłów
- [3] A.Bureau/P.-L. Chouzenoux. Méthode simplifiée pour la vérification de barres comprimées composées de deux cornières assemblées dos-à-dos.  
***Simplified method for the verification of compressed built-up members composed of two closely spaced angles.***  
Revue Construction Métallique n°4/2010. CTICM.
- [4] J.-P. Jaspart, J.-F. Demonceau, S. Renkin, M.L. Guillaume, European Recommendation for the Design of Simple Joints in Steel Structures, ECCS, Publication n°126, 2009



# Program Uczenie się przez całe życie

Moduły szkoleniowe SKILLS zostały opracowane przez konsorcjum organizacji, podanych na dole slajdu.  
Materiał jest w objęty licencją Creative Commons 

Ten projekt został zrealizowany przy wsparciu finansowym Komisji Europejskiej.  
Publikacje w ramach tego projektu odzwierciedlają jedynie stanowisko ich autorów i Komisja Europejska  
nie ponosi odpowiedzialności za umieszczoną w nich zawartość merytoryczną.

